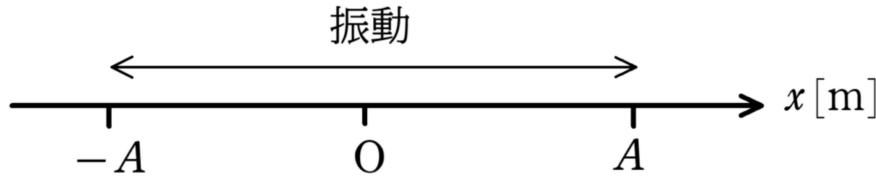


## 基本演習

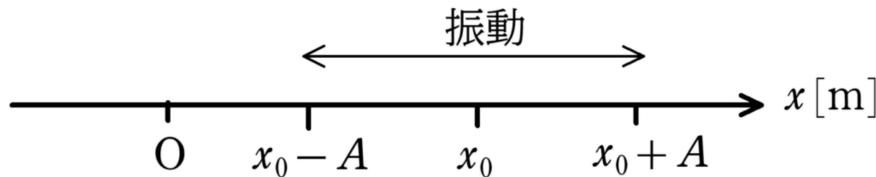
[基本] 单振動演習問題 1



ある物体が原点を中心  $x$  軸上を振幅が  $A$ [m], 角振動数が  $\omega$ [rad/s] で单振動している。次の運動について、時刻  $t$ [s] における位置  $x$ [m] の式を答えよ。

- (1)  $t = 0$ [s] に  $x = A$ [m] から出発する单振動。
- (2)  $t = 0$ [s] に  $x = 0$ [m] から  $x$  軸の正方向に出発する单振動。
- (3)  $t = 0$ [s] に  $x = 0$ [m] から  $x$  軸の負方向に出発する单振動。
- (4)  $t = 0$ [s] に  $x = -A$ [m] から出発する单振動。

[基本] 单振動演習問題 2



ある物体が、 $x = x_0$ [m] を中心に  $x$  軸上を振幅が  $A$ [m]、角振動数  $\omega$ [rad/s]、で单振動している。次の運動について、時刻  $t$ [s] における位置  $x$ [m] の式を答えよ。

- (1)  $t = 0$ s に  $x = x_0$ [m] を出発して  $x$  軸の正の方向へ出発する運動。
- (2)  $t = 0$ s に  $x = x_0 - A$ [m] を出発して  $x$  軸の正の方向へ出発する運動。
- (3)  $t = 0$ s に  $x = x_0 + A$ [m] を出発して  $x$  軸の負の方向へ出発する運動。
- (4)  $t = 0$ s に  $x = x_0$ [m] を出発して  $x$  軸の負の方向へ出発する運動。

[基本] 单振動演習問題 3

以下の式において、 $m$  は質量、 $x$  は物体の座標、 $a$  は物体の加速度、 $k$ 、 $k_1$ 、 $k_2$ 、 $\mu$ 、 $g$  を正の比例定数とする。このとき、以下の運動方程式から物体の振動の中心座標を求めよ。

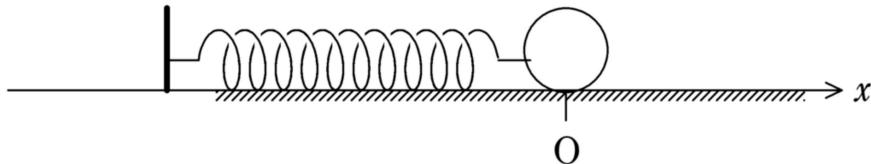
- (1)  $ma = -kx$
- (2)  $ma = -kx + \mu mg$
- (3)  $ma = -k_1 x - k_2 x$
- (4)  $ma = -k_1 x - k_2 x - \mu mg$
- (5)  $ma = mg - kx$

[基本] 单振動演習問題 4

以下の式において,  $m$  や  $M$  は質量,  $x$  は物体の座標 (または重心座標),  $a$  は物体の加速度 (または重心加速度),  $k$ ,  $k_1$ ,  $k_2$ ,  $\mu$ ,  $g$  を正の比例定数とする. このとき, 以下の運動方程式から物体 (または重心) の振動の中心座標を求めよ.

- (1)  $(M+m)a = -kx$
- (2)  $ma = -kx + \mu mg$
- (3)  $ma = -k_1 x - k_2 x$
- (4)  $ma = -k_1 x - k_2 x - \mu mg$
- (5)  $(M+m)a = (M+m)g - kx$

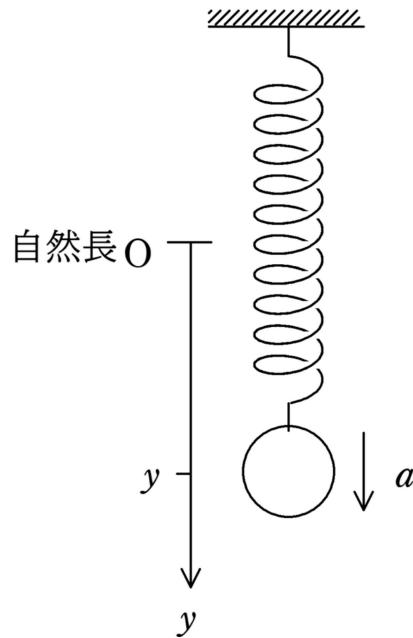
[基本] 单振動演習問題 5



上図のように質量  $m$  の物体が水平でなめらかな床の上に静止している. ばね定数  $k$  のばねの一端を物体にとりつけ, 他端は壁に固定する. いま, ばねが自然長になる位置を原点として, ばねが伸びる方向に  $x$  軸をとる. 物体に力を加えて, 自然長から  $A$  だけ伸びた状態で静かに手をはなしたところ, 物体は单振動をした. 次の問いに答えよ.

- (1) 物体が位置  $x$  にあるときの加速度を  $a$  として, 物体の運動方程式を立てよ.
- (2) (1) の運動方程式より, 振動の中心座標  $x_0$ , 角振動数  $\omega$ , 振動の周期  $T$  を  $k$ ,  $m$  から必要なものを用いて表せ.
- (3) 位置  $x = A$  より手をはなした時刻を  $t = 0$  としたとき, 位置  $x$  の時間変化を  $A$ ,  $m$ ,  $k$ ,  $t$  を用いて表せ.

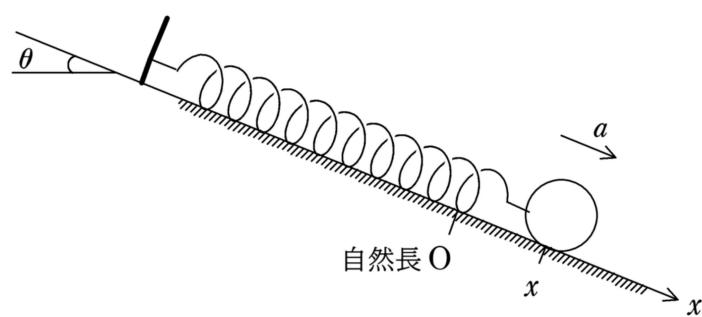
## [基本] 单振動演習問題 6.1



上図のように、ばね定数  $k$  の軽いばねの一端が天井の固定されて、他端は質量  $m$  の物体にとりつけられている。外力を加えて物体を自然長の位置までもっていき、静かになしたところ、物体は単振動を始めた。以下の問い合わせよ。ただし、自然長の位置を原点として、ばねが伸びる方向に  $y$  座標をとる。また、重力加速度の大きさを  $g$  とする。

- (1) 手をはなした後の物体の運動方程式を立て、振動の中心  $x_0$ 、角振動数  $\omega$ 、振動の周期  $T$  をそれぞれ  $m$ ,  $k$ ,  $g$  から必要なものを用いて表せ.
- (2) 手をはなした時刻を  $t = 0$  として、時刻  $t$  における物体の座標  $y$  を  $m$ ,  $k$ ,  $g$ ,  $t$  を用いて表せ.

## [基本] 单振動演習問題 6.2

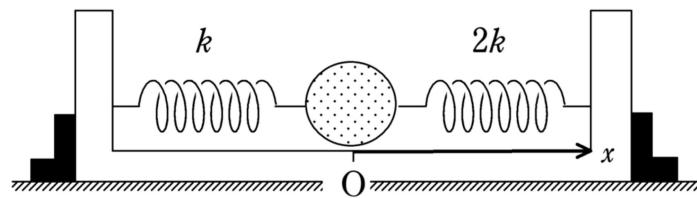


上図のようばね定数  $k$  の軽いばねの一端を傾角  $\theta$  の斜面上に固定されている板にとりつけ、他端を質量  $m$  の物体にとつける。自然長を原点として、ばねが伸びる方向に  $x$  座標をとる。すると、物体

は  $x = x_1$  の位置で静止した。さらに、物体を  $x = 2x_1$  まで移動させ、静かに手をはなすと单振動をした。重力加速度の大きさを  $g$  とし、斜面はなめらかで、物体との間に、摩擦力はないものとする。次の問い合わせに答えよ。

- (1)  $x_1$  の位置を  $k, m, \theta, g$  を用いて表せ。
- (2) 振動の中心  $x_0$ , 角振動数  $\omega$ , 振動の周期  $T$  を  $k, m, \theta, g$  から必要なものを用いて表せ。
- (3) 静かに手をはなした時刻を  $t = 0$  とする。時刻  $t$  における物体の座標  $x$  を  $k, m, \theta, g, t$  を用いて表せ。

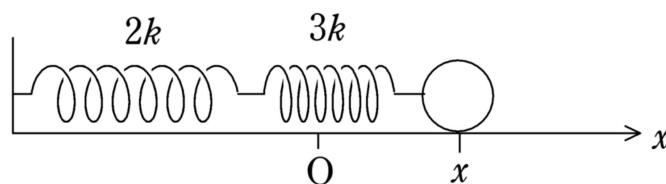
[基本] 单振動演習問題 7.1



上図のように、水平な床に固定された箱があり。その内部に質量  $m$  の物体がおかれている。物体の左側にはばね定数  $k$  のばねがついており、右側にはばね定数  $2k$  のばねがつながっていて、それぞれの他端は箱にとりつけられている。はじめは左側と右側のばねはどちらも自然長であった。この場所を原点とし、左側のばねが伸びる方向に  $x$  軸をとる。外力を加え  $x = l$  までもっていき、静かに手をはなした後、物体は单振動をはじめた。次の問い合わせに答えよ。ただし、ばねは軽く、物体と箱の内側部分の間には摩擦はないものとする。

- (1) 振動の中心座標  $x_0$ , 角振動数  $\omega$ , 周期  $T$  を  $k, m$  から必要なものを用いて表せ。
- (2) 物体が動き出した時刻を  $t = 0$  とする。時刻  $t$  における物体の位置  $x$  を、 $l, k, m, t$  を用いて表せ。

[基本] 单振動演習問題 7.2

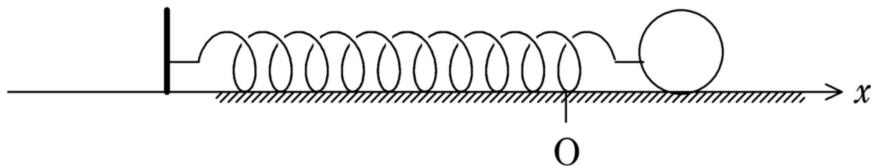


上図のように、ばね定数  $2k, 3k$  の 2 つの軽いばねを直列につなげて、一端を物体に、他端を壁に固定した。物体は水平でなめらかな床の上にある。2 つのばねが自然長にあるときの物体の位置を原点として、ばねが伸びる方向に  $x$  軸をとる。ばねを  $x = l (> 0)$  まで伸ばして静かに手をはなしたとこ

ろ物体は单振動をした。このとき、次の問い合わせに答えよ。

- (1) 振動の中心座標  $x_0$ , 角振動数  $\omega$ , 周期  $T$  を  $k, m$  から必要なものを用いて表せ。
- (2) 物体が動き出した時刻を  $t = 0$  とする。時刻  $t$  における物体の位置  $x$  を,  $l, k, m, t$  を用いて表せ。

[基本] 单振動演習問題 8.1



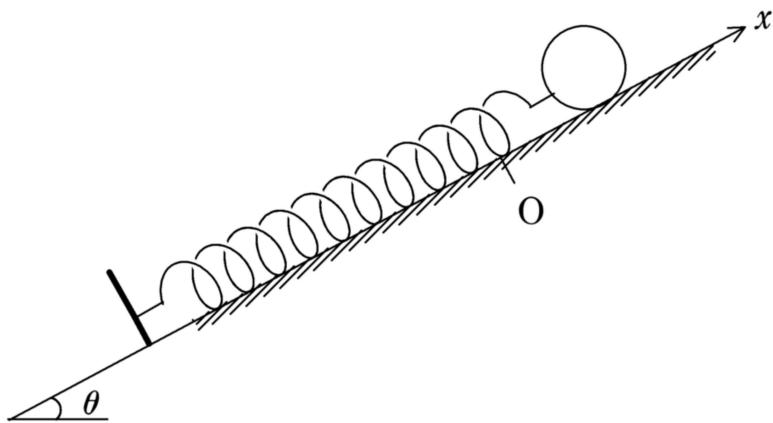
上図のように、水平な床の上に質量  $m$  の物体がおいてある。ばね定数  $k$  のばねの一端は床に固定された板にとりつけられ、他端は物体にとりつけた。自然長になるときの物体の位置を原点として、ばねが伸びる方向に  $x$  軸をとる。物体の位置が  $x = L (> 0)$  になるところまでばねを伸ばして静かに手をはなすと物体は单振動をした。物体が動き出した時刻を  $t = 0$  とし、物体が動き出してからはじめて静止する時刻を  $t = \tau$  とする。ただし、ばねは軽く、物体と床とのあいだの動摩擦係数を  $\mu$  とする。また、重力加速度の大きさを  $g$  とする。このとき、次の問い合わせに答えよ。

- (1)  $0 \leq t \leq \tau$  の間の運動について、振動の中心座標  $x_0$ , 角振動数  $\omega$ , 周期  $T$  を  $k, m, \mu, g$  から必要なものを用いて表せ。
- (2)  $0 \leq t \leq \tau$  の間の運動について、時刻  $t$  における物体の座標  $x$  を  $k, m, \mu, g, t$  から必要なものを用いて表せ。
- (3)  $\tau$  を  $k, m, \mu, g$  から必要なものを用いて表せ。

[基本] 单振動演習問題 8.2

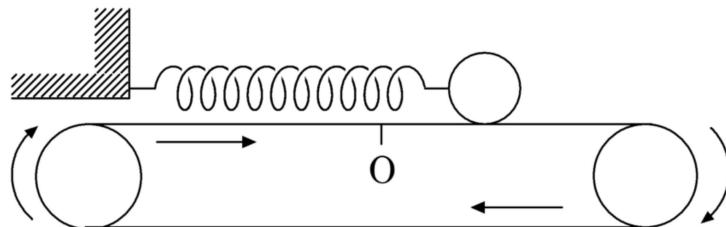
上図のように、傾角  $\theta$  の斜面に質量  $m$  の物体がおいてある。ばね定数  $k$  のばねの一端は斜面に固定された板にとりつけられ、他端は物体にとりつけた。自然長になるときの物体の位置を原点として、ばねが伸びる方向に  $x$  軸をとる。物体の位置が  $x = -L (> 0)$  になるところまでばねを縮ませて静かに手をはなすと物体は单振動をした。物体が動き出した時刻を  $t = 0$  とし、物体が動き出してからはじめて静止する時刻を  $t = \tau$  とする。ただし、ばねは軽く、物体と斜面とのあいだの動摩擦係数を  $\mu$  とする。また、重力加速度の大きさを  $g$  とする。このとき、次の問い合わせに答えよ。

- (1)  $0 \leq t \leq \tau$  の間の運動について、振動の中心座標  $x_0$ , 角振動数  $\omega$ , 周期  $T$  を  $k, m, \mu, g, \theta$  から必要なものを用いて表せ。



- (2)  $0 \leq t \leq \tau$  の間の運動について、時刻  $t$  における物体の座標  $x$  を  $k, m, \mu, g, \theta, t$  から必要なものを用いて表せ。

[基本] 单振動演習問題 9.1

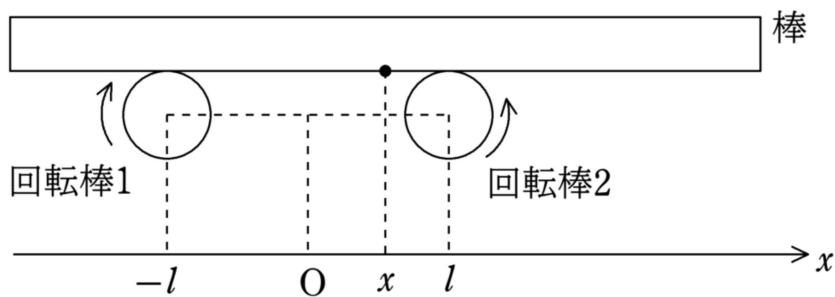


ばね定数  $k$  の軽いばねの一端は壁に固定され、他端は質量  $m$  の物体にとりつけられている。ベルトコンベアは図の矢印の向きに一定の速さで運動している。物体が自然長となる位置を原点として、ばねが伸びる方向に  $x$  軸をとる。物体を原点にもってきて、静止する床に対する速度  $0$  でベルトコンベアにはなしたところ、物体は単振動をはじめた。ただし、ベルトコンベアの速さは十分大きく、物体は常にベルトコンベア上を滑っているものとする。また、重力加速度の大きさを  $g$ 、ベルトコンベアと物体の間の動摩擦係数を  $\mu'$  とする。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) 振動の中心  $x_0$ 、角振動数  $\omega$ 、周期  $T$  を  $m, k, g, \mu'$  から必要なものを用いて表せ。
- (2) 物体をベルトコンベアにはなした時刻を  $t = 0$  とする。時刻  $t$  における物体の位置  $x$  を  $m, k, g, \mu', t$  から必要なものを用いて表せ。

[基本] 单振動演習問題 9.2

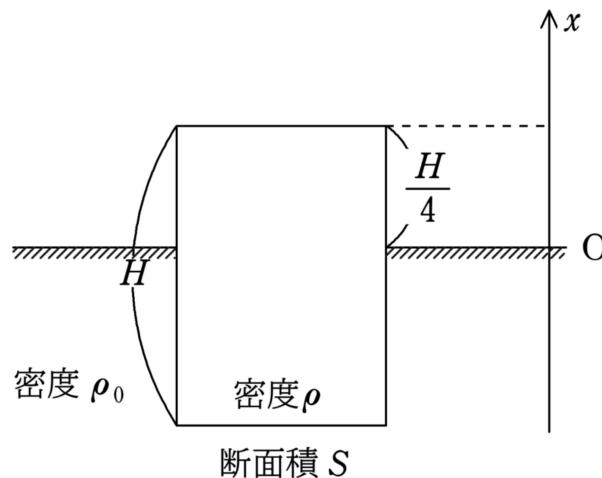
回転棒 1 と回転棒 2 が上図の向きに一定の角速度で回転している。2つの回転棒の上に質量  $m$  の棒をおくと、棒は水平になる。回転棒 1 の中心の座標を  $x = -l$ 、回転棒 2 の中心の座標を  $x = l$ 、2つの回転棒の中心の中点を  $x = 0$  とする。棒は一様な密度で、その重心の位置を  $x$  とする。2つの回転棒が回転している状態で、棒の重心を  $x = L_0$  ( $0 < L_0 < l$ ) となる位置に静止する床に対して速度  $0$  と



なるようにおいたところ棒は単振動をはじめた。次の問い合わせに答えよ。ただし、回転棒1, 2と棒の間の動摩擦係数を $\mu$ 、重力加速度の大きさを $g$ とする。

- (1) 棒の重心から $x$ の位置にあるときを考える。このとき、棒と回転棒1の間にはたらく垂直抗力の大きさを $N_1$ 、棒と回転棒2の間にはたらく垂直抗力の大きさを $N_2$ とする。力のモーメントのつり合いの式を利用して、 $N_1$ ,  $N_2$ を $l$ ,  $x$ ,  $m$ ,  $g$ を用いて表せ。
- (2) 棒の単振動の中心座標 $x_0$ 、角振動数 $\omega$ 、周期 $T$ を $l$ ,  $\mu$ ,  $g$ を用いて表せ。
- (3) 棒をはなした時刻を $t = 0$ とする。時刻 $t$ における棒の重心の位置 $x$ を、 $L_0$ ,  $\mu$ ,  $g$ ,  $l$ ,  $t$ を用いて表せ。

[基本] 单振動演習問題 10



図のように、密度 $\rho_0$ の液体の中に高さが $H$ 、底面積 $S$ の円柱がある。はじめ、何も力を加えない $\frac{H}{4}$ 上にあった。重力加速度の大きさを $g$ とする。

- (1) 円柱のつり合いの式より、円柱の密度 $\rho$ を $\rho_0$ を用いて表せ。

液面を原点として、鉛直上向きを正とした  $x$  軸をとる。円柱上面に力を加え、 $\frac{H}{12}$  下に下げて静かに手をはなしたところ、円柱は単振動をした。ただし、単振動している間は液体からの抵抗力は無視し、液面の高さは振動によって変化しないものとしてよい。以下、円柱の座標は上面の位置  $x$  で表すものとする。

- (2) 单振動の中心座標  $x_0$ , 角振動数  $\omega$ , 周期  $T$  を  $S$ ,  $g$ ,  $H$  から必要なものを用いて表せ。
- (3) 運動を始めた時刻を  $t = 0$  とする。時刻  $t$  における円柱の座標  $x$  を  $S$ ,  $g$ ,  $H$ ,  $t$  から必要なものを用いて表せ。

## 標準演習

[標準] 单振動演習問題 1.1

次の関数を  $x$  について微分せよ。ただし、 $a$  や  $\omega$  は 0 でない定数である。

- (1)  $y = \sin(3x + 4)$
- (2)  $y = -\cos(5x - 4)$
- (3)  $y = -\sin(ax - 5)$
- (4)  $y = \cos(\omega x - a)$

[標準] 单振動演習問題 1.2

座標  $x$  と時刻  $t$  の関係が以下のとき、速度  $v$  と加速度  $a$  を求めよ。また、加速度  $a$  と座標  $x$  の関係式を導け。ただし、 $A$ ,  $\omega$ ,  $T$ ,  $f$ ,  $k$ ,  $m$ ,  $g$  は時間によらない定数である。

- (1)  $x = A \sin \omega t$
- (2)  $x = A \cos \frac{2\pi}{T} t$
- (3)  $x = -A \sin 2\pi f t$
- (4)  $x = \frac{mg}{k} - \frac{mg}{k} \cos \sqrt{\frac{k}{m}} t$

[標準] 单振動演習問題 2.1

次の方程式を満たす  $x$  の値を求めよ。ただし、 $0 \leq x < 2\pi$  とする。

- (1)  $\sin x = \frac{1}{2}$

$$(2) \sqrt{2} \cos x = -1$$

$$(3) a \sin x = a \quad (a \neq 0)$$

[標準] 单振動演習問題 2.2

次の問い合わせに答えよ.

(1) 時刻  $t$  における物体の座標  $x$  の関係が  $x = A \sin \frac{2\pi}{T} t$  であったとする.  $t = \frac{T}{4}$  のときの物体の座標を求めよ.

(2) 時刻  $t$  における物体の座標  $x$  の関係が  $x = -\frac{mg}{k} - \frac{mg}{k} \cos \frac{2\pi}{T} t$  であったとする.  $t = \frac{T}{8}$  のとき, 物体の座標を求めよ.

[標準] 单振動演習問題 2.3

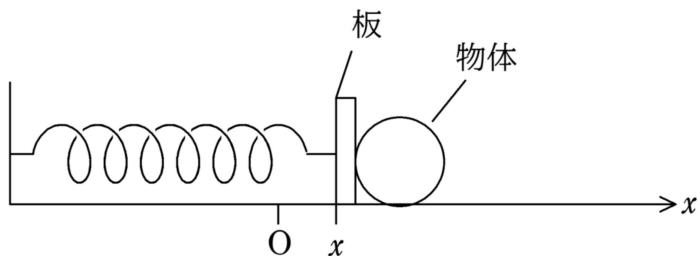
次の問い合わせに答えよ.

(1) 時刻  $t$  における物体の座標  $x$  の関係が  $x = -A \sin \frac{2\pi}{T} t$  であるとする.  $x = -A$  に達する時刻の中で一番小さい値を求めよ.

(2) 時刻  $t$  における物体の座標  $x$  の関係が  $x = A \cos \frac{2\pi}{T} t$  であるとする.  $x = \frac{A}{2}$  に達する時刻の中で一番小さい値を求めよ.

(3) 時刻  $t$  における物体の座標  $x$  の関係が  $x = \sqrt{2}A \sin \frac{2\pi}{T} t$  であるとする.  $x = A$  になる時刻の中で一番小さい値を求めよ.

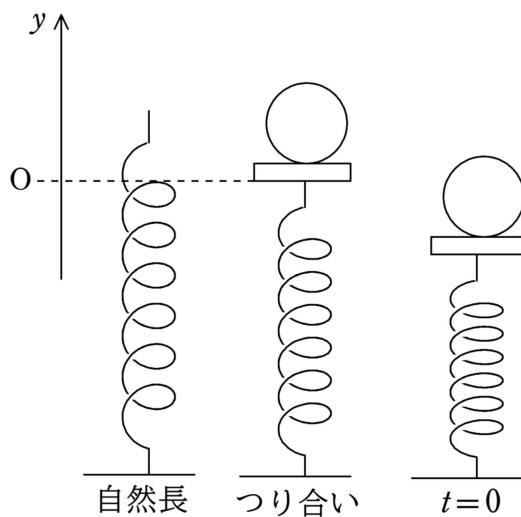
[標準] 单振動演習問題 3



上図のように, ばね定数  $k$  の軽いばねの一端が壁に固定され, 他端は質量  $M$  の板に固定されている. ばねが自然長になる位置を原点として, ばねが伸びる方向に  $x$  軸をとる. 板のとなりに質量  $m$  の物体をおき, 外力を加えてばねを自然長から  $l$  だけ縮ませて静かに手をはなしたところ, 板と物体はしばらく周期  $T_1$  の单振動をし, ある時刻で板と物体は離れた. その後, 物体は等速直線運動をし, 板は周期  $T_2$  の单振動をした. 以下, 板の大きさは無視をし, 板と水平面および, 物体と水平面との摩擦は無視をしてよい. 次の問い合わせに答えよ.

- (1) 板と物体が接触している間について、加速度を  $x$  軸の正の向きに  $a$ 、板と物体の間にはたらく垂直抗力の大きさを  $N$  とする。板の左端の位置が  $x$  のとき、板と物体それぞれの運動方程式を立てよ。
- (2) (1) のとき、単振動の中心  $x_0$ 、角振動数  $\omega_1$ 、周期  $T_1$  を  $k$ ,  $M$ ,  $m$  を用いて表せ。
- (3) 板と物体がはなれるときの板の左端の位置  $x_1$  を求めよ。
- (4) 板と物体が運動をはじめた時刻を  $t = 0$  とする。板と物体が接触している間の板の左端の位置  $x$  を  $t$ ,  $l$ ,  $M$ ,  $m$ ,  $k$  を用いて表せ。
- (5) (4) のとき、板と物体がはなれた時刻  $t_1$  を  $k$ ,  $M$ ,  $m$  を用いて表せ。
- (6) (4) のとき、板と物体が接触しているときの板と物体の速度  $v$  と加速度  $a$  を  $t$ ,  $l$ ,  $M$ ,  $m$ ,  $k$  を用いて表せ。
- (7) (6) より、板と物体がはなれたときの板と物体の速度  $V$  を  $l$ ,  $M$ ,  $m$ ,  $k$  を用いて表せ。
- (8) 板から物体がはなれた後の板の単振動の振幅  $A'$  を  $l$ ,  $M$ ,  $m$ ,  $k$  を用いて表せ。

[標準] 单振動演習問題 4



図のように、ばね定数  $k$  の軽いばねの一端を床に固定し、他端を質量  $M$  の板に固定した。板の上に質量  $m$  の物体ゆっくりとのせたところ自然長より  $\Delta x$  だけ縮んでつり合った。このときの板の下端の位置を原点とし、鉛直上向きに  $y$  軸をとる。この状態からさらに、 $y$  軸の負の方向に  $\Delta x$  縮ませて時刻  $t=0$  で静かに手をはなすと板と物体は単振動をはじめた。次の問い合わせに答えよ。ただし、板の上面は常に水平であるとし、重力加速度の大きさを  $g$  とする。

- (1)  $\Delta x$  を  $k$ ,  $M$ ,  $m$ ,  $g$  を用いて表せ。

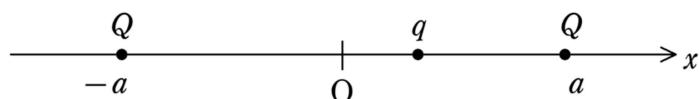
- (2)  $t = 0$  より、物体が板から離れるまでの間について、板の下端の位置が  $y$  であるときの板と物体の加速度を  $y$  軸の正の向きに  $a$  とする。このとき、板と物体それぞれの運動方程式を立てよ。ただし、板と物体の間にはたらく垂直抗力の大きさを  $N$  とする。
- (3)  $0 \leq t \leq t_1$  である  $t$  のとき、板の下端の位置  $y$  を  $t, M, m, k, g$  を用いて表せ。
- (4) (2) より、板と物体が離れる時刻  $t_1$  を  $k, M, m$  を用いて表せ。
- (5)  $0 \leq t \leq t_1$  である  $t$  のとき、板と物体の速度  $v$  を  $t, M, m, k, g$  を用いて表せ。
- (6) 板と物体が離れるときの速さ  $V$  を  $M, m, k, g$  を用いて表せ。

[標準] 单振動演習問題 5

次の運動方程式を单振動のエネルギー保存の式になおせ。速度は  $v$  としてよい。

- (1)  $ma = -kx$
- (2)  $Ma = -k(x - \frac{Mg}{k})$
- (3)  $(M + m)a = -k(x - \frac{M + m}{k}g)$
- (4)  $ma = -k(x - \frac{\mu mg}{k})$
- (5)  $\rho Sha = -\rho_0 S gx$

[標準] 单振動演習問題 6

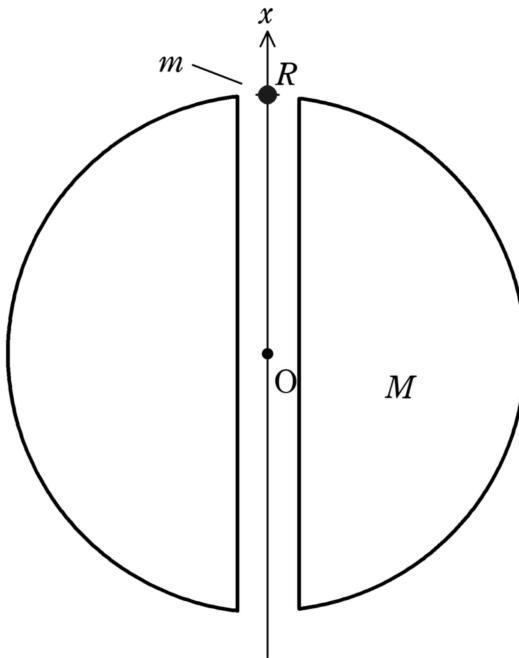


$xy$  直交座標の  $A(-a, 0)$  と  $B(a, 0)$  にそれぞれ電気量  $Q (> 0)$  の電荷が固定されている。さらに、質量  $m$  で電気量  $q (> 0)$  の電荷  $X$  を  $(c, 0) (c > 0)$  の位置に静かにおいたところ電荷  $X$  は单振動をした。ただし、 $a$  は  $c$  に比べて十分大きいものとし、クーロンの比例定数を  $k_0$  とする。また、電荷  $X$  の運動によって生じる磁場は無視をするものとする。

- (1) 電荷  $X$  が座標  $x$  にいるときの加速度を  $x$  軸の正の向きに  $\alpha$  とする。このとき、電荷  $X$  の運動方程式を  $m, \alpha, k_0, Q, q, x, a$  を用いて立てよ。
- (2)  $|\alpha| \ll 1$  のとき、 $(1 + \alpha)^n \approx 1 + n\alpha$  の近似ができるとする。(1) の運動方程式をこの近似式を用いて近似し、单振動をすることを確かめよ。ただし、 $x \ll a$  である。
- (3) (2) より、電荷  $X$  の振動の中心  $x_0$ 、角振動数  $\omega$ 、振動の周期  $T$  を求めよ。

- (4) 電荷 X が運動をはじめた時刻を  $t = 0$  とする. 時刻  $t$  における位置  $x$  を  $c, m, k_0, Q, q, a, t$  から必要なものを用いて表せ.
- (5) 電荷 X が原点を通るときの速さを单振動のエネルギー保存を用いて計算せよ. 答えは  $c, m, k_0, Q, q, a$  から必要なものを用いて表せ.

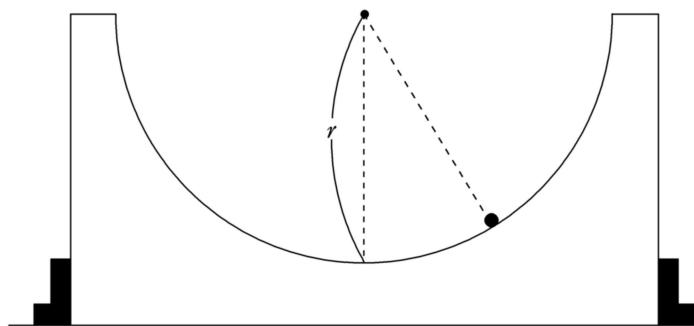
[標準] 单振動演習問題 7



質量  $M$ , 半径  $R$  で一様な密度の惑星 X がある. 惑星 X は自転をしていないものとする. 惑星 X の表面から中心を通るように穴を掘り, 反対側まで貫通させる. 惑星 X の中心を座標の原点 O とし, 上図の向きに  $x$  座標をとる. 惑星 X の表面  $x = R$  に質量  $m$  の物体おき, 時刻  $t = 0$  で静かにはなしたところ, 物体は惑星 X とは衝突をせず落下運動をはじめた. 物体のその後の運動について次の問い合わせよ. ただし, 万有引力定数を  $G$  とし, 空気抵抗は無視をする. また, 惑星 X 内部の物体にはたらく万有引力は惑星 X を中心とした物体を通る部分の球の質量分しかはたらかない.

- (1)  $0 \leq x \leq R$  のときに物体にはたらく万有引力を  $G, M, m, R, x$  を用いて表せ.
- (2)  $-R \leq x \leq 0$  のときに物体にはたらく万有引力を  $G, M, m, R, x$  を用いて表せ.
- (3)  $t > 0$  において, 物体の位置が  $x$  であるときの加速度を  $x$  軸の正の向きに  $a$  とする. このときの物体の運動方程式を  $a, G, M, m, R, x$  を用いて立式せよ.
- (4) 物体の单振動の中心  $x_0$ , 振幅  $A$ , 角振動数  $\omega_0$ , 周期  $T$  を  $G, M, m, R$  から必要なものを用いて表せ.
- (5) 時刻  $t$  における物体の位置  $x$  を  $G, M, m, R, t$  を用いて表せ.
- (6) 物体の中心における速さを求めよ.

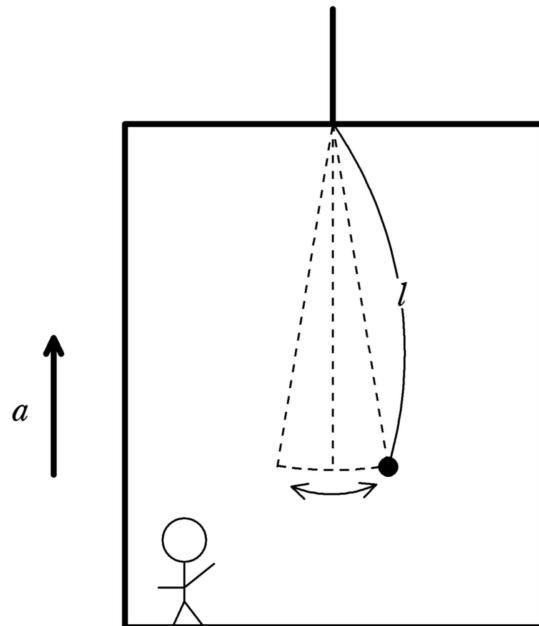
## [標準] 单振動演習問題 8



図のように、水平な床の上に台が固定されている。この台は半径  $r$  の円形状のなめらかなすべり面がある。このすべり面の最下点の位置から少しずらした場所に質量  $m$  の大きさの無視できる物体を静かに置いたところ、单振動した。

このときの单振動の周期を求めよ。

## [標準] 单振動演習問題 9.1



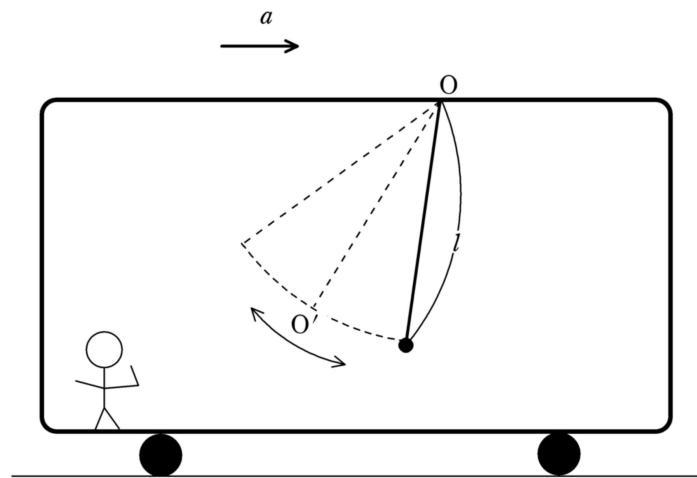
鉛直上向きに大きさ  $a$  の加速度で運動をしているエレベーターの中からみた单振り子運動を考える。

糸の長さを  $l$ 、物体の質量を  $m$  としてエレベーターの中から見た单振り子の周期を求めよ。

ただし、重力加速度の大きさを  $g$  とし、この单振り子の振れの角度は非常に小さいとしてよい。

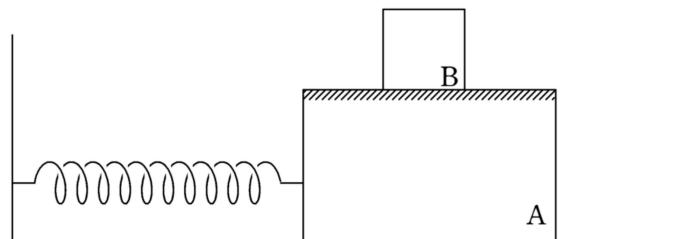
## [標準] 单振動演習問題 9.2

電車の中からみた振り子運動を考える。糸の一端を電車の天井  $O$  に固定し、さらにもう一端を物体にとりつける。糸の長さを  $l$ 、物体の質量を  $m$ 、重力加速度の大きさを  $g$  とする。



- (1) 電車の加速度を少しづつ大きくしていって、加速度が水平右方向に大きさ  $a$  になったとき、O と電車の中からみて静止している物体の位置  $O'$  を結ぶ  $OO'$  の鉛直線からのなす角を  $\alpha$  とする。このとき、 $\tan \alpha$  を  $g$  と  $a$  を用いて表せ。
- (2) (1) で静止している位置から物体を糸をたるませず引き上げて手をはなしたところ単振動をはじめた。この単振動の周期を求めよ。

[標準] 单振動演習問題 10

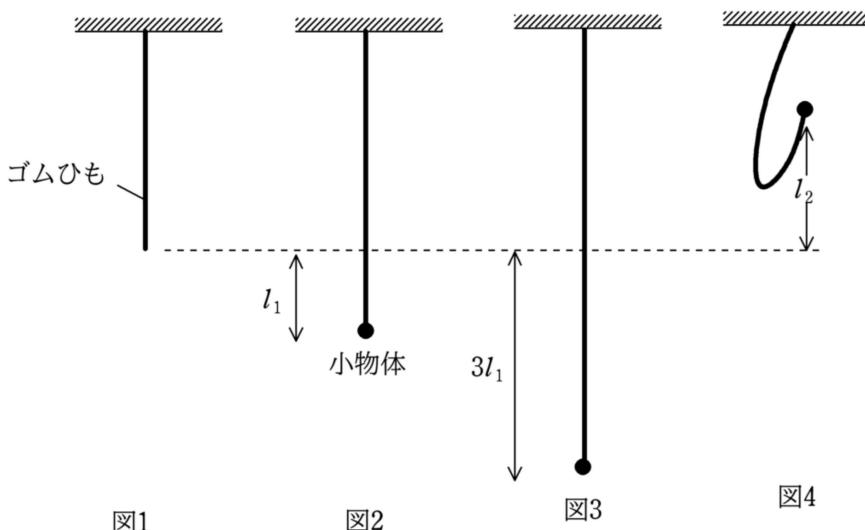


上図のように、水平な床の上に、質量  $M$  の台 A があり、A は、ばね定数  $k$  の軽いばねにつながれている。ばねの他端は壁に固定されていて、はじめは自然長の状態で A とともに静止している。A の上に、質量  $m$  の B が置かれている。A と水平な床の間には、摩擦力がはたらかないが、A と B の間には摩擦力がはたらき、静止摩擦係数を  $\mu$  とする。

いま、A を自然長の状態から距離  $l$  だけ右へ移動させ、その後手を放すと A と B は初速度 0 で単振動をはじめた。このとき、B が A の上をすべらないで単振動するための  $l$  の条件を求めよ。

[標準] 单振動演習問題 11

図 1 のように質量の無視でき、伸びているときはばね定数が  $k$  のばねと同等とみなし、たるんでいるときは、物体になんの力も及ぼさないゴムひもが天井につるされている。図 1 の状態から、質量  $m$  で大きさの無視できる小物体をゴムひもに取りつけたところ、ゴムひもは自然長より  $l_1$  だけ伸びて静



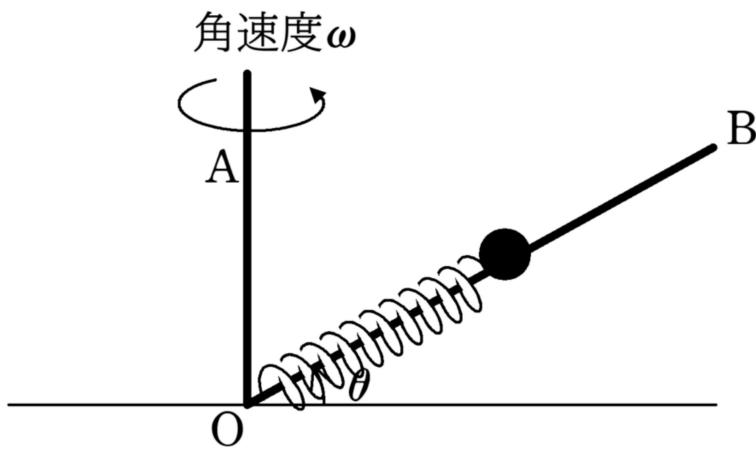
止した。(図2) 図2の状態からさらに $2l_1$ だけゴムひもを伸ばし静かに離したあと、小物体は単振動をはじめた。しかし、ばねが自然長にもどるとゴムひもはたるみ、小物体には重力のみがはたらき等加速度運動をした。重力加速度の大きさを $g$ として、次の問いに答えよ。

- (1)  $l_1$ を $m, g, k$ を用いて表せ。
- (2) 図3の状態から小物体を静かに離した後の単振動の周期と振幅を $m, g, k$ から必要なものを用いて表せ。
- (3) 図3の状態から小物体を静かに離した後、ゴムひもが自然長になったときの小物体の速さ $v_0$ を $m, g, k$ から必要なものを用いて表せ。
- (4) (3)の後、小物体が最高点に達したときに、ゴムひもが自然長の状態であった場所からどれだけ離れているか。その距離 $l_2$ を $m, g, k$ を用いて表せ。

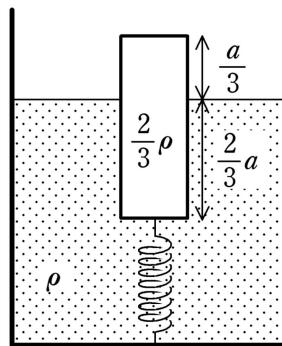
[標準] 单振動演習問題 12

上図のように、水平な床の上に棒Aが床に対して垂直に固定されている。さらに、Aと床の接触部分Oにて棒Bを床から $\theta$ のなす角方向のとりつけ固定した。ばね定数 $k$ の軽いばねを棒Bに通し、ばねの一端をOに固定し、他端に穴のあいた質量 $m$ の物体をとりつける。ばねの自然長を $L_0$ とする。ばねが自然長になるように物体を固定し、棒Aを角速度 $\omega$ でOを軸に回転させると、それにともない棒Bと物体もOAを軸に角速度 $\omega$ で回転した。 $\omega$ 角速度を一定に保ったまま、固定をはずす。物体とともに軸OAまわりに回転する観測者からみると、物体は単振動をはじめた。このとき、次の問いに答えよ。ただし、重力加速度の大きさを $g$ とし、物体は摩擦力がはたらくことなくめらかに運動できる。また、棒Bは十分長く、物体は棒Bの外に出ないようになっており、 $k \neq \frac{mg \sin \theta}{L_0}$ である。

- (1) 固定をはずした後に、物体が単振動をするとき、 $m, k, \omega, \theta$ の間に成り立つ関係式を求めよ。
- (2) 単振動の周期を求めよ。



[標準] 单振動演習問題 13



底面積  $S$ , 高さ  $a$ , 一様な密度  $\frac{2}{3}\rho$  の円柱物体がある. この円柱物体にはばね定数  $k$  の軽いばねをつなげ, ばねの他端は密度  $\rho$  の液体の底に固定する. はじめ, 円柱物体の  $\frac{2}{3}a$  の部分は液体中にあり,  $\frac{a}{3}$  の部分は空気中にあるとき, ばねは自然長であった. この状態から, 円柱物体の上面に力加え,  $\frac{a}{6}$ だけ上に持ち上げ, 静かに手をはなすと, 円柱物体は単振動をはじめた. ただし, 液体および空気による抵抗は無視をし, 円柱物体は鉛直方向のみに振動する. また, 単振動をすることによって, 液面の高さは変化しないものとしてよい. 重力加速度の大きさを  $g$  として次の問い合わせよ.

- (1) 円柱物体の上面と液面の距離が  $x$  のとき, 鉛直上向きの加速度を  $\beta$  として, 円柱物体の運動方程式を立てよ.
- (2) 振動の周期  $T$  を求めよ.
- (3) 単振動の振幅  $A$  を求めよ.
- (4) 円柱物体の最大の速さ  $v$  を求めよ.

[標準] 单振動演習問題 14

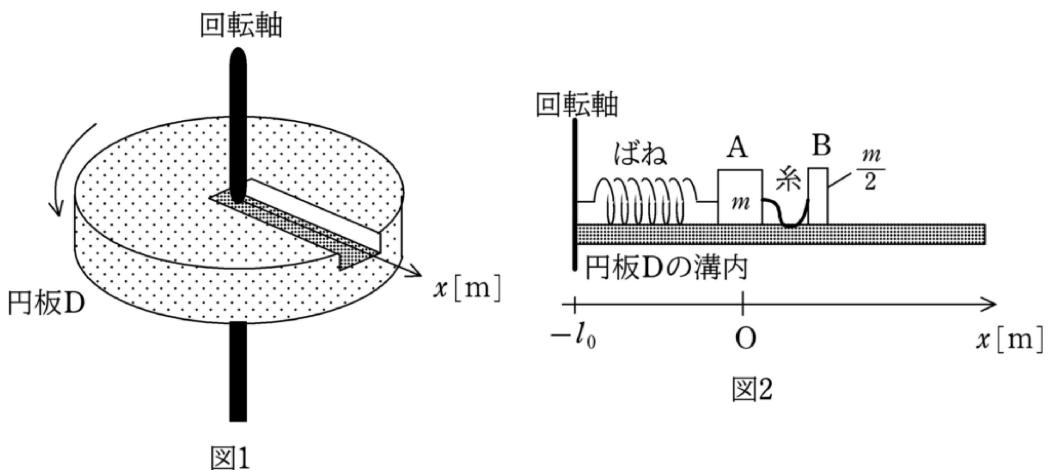


図1および図2のように、円板Dの溝に質量  $m[\text{kg}]$  の小物体Aと自然長  $l_0[\text{m}]$  でばね定数  $k[\text{N/m}]$  のばねを取り付けた。さらに、長さ  $\frac{l_0}{2}[\text{m}]$  の細い糸の一方の端を小物体Aに、他方の端を質量  $\frac{m}{2}[\text{kg}]$  の小物体Bにつないだ。糸はある大きさ以上の力がかかると切れるが、切れた後でも小物体Aの運動を邪魔することはないものとする。溝と小物体A, Bの幅は等しく、円板Dの溝の側壁および底面はなめらかである。ばねが自然長に状態の状態にあるときの小物体Aの位置を原点として、ばねが伸びる方向を  $x$  軸の正の向きにとる。小物体Aの位置を座標  $x[\text{m}]$  で表すとき、以下の[実験]とその(結果)を読み次の問い合わせよ。ただし、円板の質量は小物体の質量と比べて十分大きい。また、小物体の1辺の長さはばねの自然長に比べてじゅうぶんに小さく無視できるものとする。ばねおよび糸の質量は無視でき、空気抵抗も無視できる。さらに、 $k > m\omega_0^2$  を満たしているとする。

### [実験]

円板Dを静かに回転させ、糸が切れるまでその角速度の大きさをゆっくりと増した。

### (結果)

円板Dの角速度の大きさが  $\omega_0[\text{rad/s}]$  に達したときに糸が切れ、小物体Bは円板Dの外に飛び出した。糸が切れた瞬間に角速度の大きさが一定値  $\omega_0$  に保った。その結果、円板Dとともに回転している観測者から見ると、小物体Aは円板の回転軸に向かって動き出し、その後、単振動をした。以下、 $m$ ,  $l_0$ ,  $\omega_0$ ,  $k$  の文字から必要なものを用いて答えよ。

- (1) 糸が切れる直前のばねの伸びを求めよ。
- (2) 单振動の中心座標  $x_0$  を求めよ。
- (3) 单振動の角振動数  $\Omega$  を求めよ。