2021　千葉大 1

問 1 力学的エネルギー保存則より

$$\frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}kd^2 \qquad \therefore \quad v_0 = d\sqrt{\frac{k}{d}} \quad (\because \quad v_0 > 0)$$

問 2 振動の周期 T は，$T = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{k}}$[*1]である．求める時間は，周期の $\dfrac{1}{4}$ なので，$\dfrac{\pi}{2}\sqrt{\dfrac{m}{k}}$

問 3 0

問 4 運動量保存則[*2]より

$$0 = mv_1 + MV_1 \qquad \therefore \quad \frac{V_1}{v_1} = -\frac{m}{M} \quad \cdots \quad (*)$$

問 5 力学的エネルギー保存則より

$$\frac{1}{2}kd^2 = \frac{1}{2}mv_1^2 + \frac{1}{2}MV_1^1 \quad \cdots \quad (2*)$$

$(*)$，$(2*)$ と，$V < 0$[*3]を考慮して，$v_1 = d\sqrt{\dfrac{Mk}{m(M+m)}}$，$V_1 = -d\sqrt{\dfrac{mk}{M(M+m)}}$

問 6 ばねが最も伸びたとき，台に対する小球の速度が 0 になる．すなわち，小球と台の速度が同じになる．その速度を V とすれば，運動量保存則より

$$0 = (M+m)V \quad \therefore \quad V = 0$$

問 7 問 6 も考慮して，力学的エネルギー保存則を立てる．最大の伸びを $d_{\max}(>0)$ とすると，

$$\frac{1}{2}kd^2 = \frac{1}{2}kd_{\max}^2 \qquad \therefore \quad d_{\max} = d$$

問 8 自然長を原点とし，位置 $x(-d \leqq x < 0)$ に小球がある場合の台とストッパー A の間の垂直抗力の大きさを N とすると，台の水平法のつり合いの式より

$$N = kx$$

この式より，$x = 0$ のとき，垂直抗力が 0 になり，動き出す．力学的エネルギー保存則より

$$\frac{1}{2}mv_2^2 = \frac{1}{2}kd^2 \qquad \therefore \quad v_2 = d\sqrt{\frac{k}{m}}$$

問 9 問 2 と同様に，$\dfrac{\pi}{2}\sqrt{\dfrac{m}{k}}$

[*1] 自然長を原点として，小球が位置 x にあるときの加速度を a とすると，運動方程式は，

$$ma = -kx$$

である．したがって，角振動数は $\omega = \sqrt{\dfrac{k}{m}}$ なので，振動の周期は，$T = \dfrac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{k}}$ となる．

[*2] 台と小球にはたらく水平方向の力はばねによる力のみで，その和が 0 になるから，運動量が保存する．

[*3] 台の初速度は 0 であり，はじめて自然長になるまでは，常に負の方向に力を受けているので，速度は負となる．

問 10 ばねが最も伸びたとき，小球と台の速度は同じとなる．運動量保存則より

$$mv_2 = (M+m)v_3 \qquad \therefore \quad \frac{v_3}{v_2} = \underline{\underline{\frac{m}{M+m}}} \quad \cdots \quad (3*)$$

問 11 ばねの伸びの最大値を A とする．力学的エネルギー保存則より

$$\frac{1}{2}mv_2^2 = \frac{1}{2}(M+m)v_3^2 + \frac{1}{2}kA^2 \quad \cdots \quad (4*)$$

(3∗)，(4∗) と問 8 の結果より，$A = \underline{\underline{d\sqrt{\frac{M}{M+m}}}}$