1

(A) (a) 垂直抗力の始点の位置を台の底面の中心から距離 x の位置とする．垂直抗力がはたらく点まわりの力のモーメントのつり合いの式より

$$x \times Mg - (r-x) \times mg = 0$$
$$\therefore\ x = \frac{m}{M+m}r$$

倒れない条件は，$x \leqq R$ より

$$\frac{m}{M+m}r \leqq R$$
$$\therefore\ \frac{M}{m} \geqq \underbrace{\frac{r-R}{R}}_{(ア)}$$

(b) 台と床の間の垂直抗力の大きさを N とする．台とおもりを物体系としたときの鉛直方向にはたらく力のつり合いの式より，

$$N = (M+m)g$$

すべり始めるときを考えるので，最大静止摩擦力がはたらく．おもりとともに回転している観測者からみた，おもりと台を物体系とした水平方向のつり合いを考えて，

$$mr\omega_1^2 = \mu(M+m)g$$
$$\therefore\ \omega_1 = \underbrace{\sqrt{\frac{\mu(M+m)g}{mr}}}$$

(c) 転倒直前は垂直抗力は台の底面の中心から水平方向に距離 R の位置にはたらく．垂直抗力のはたらく位置まわりの力のモーメントのつり合いの式より

$$R \times Mg - r \times mg - h \times mr\omega_2^2 = 0$$
$$\therefore\ \omega_2 = \underbrace{\sqrt{\frac{MR-mr}{mrh}g}}$$

(d) おもりの速さは $r\omega$ である．回転棒の速度の向きを正として，反発係数の式より

$$e = -\frac{r\omega - v_1}{r\omega - 0}$$
$$v_1 = \underbrace{(e+1)r\omega}$$

また，2 回目直前の小球の速度は $-v_1 = -(e+1)r\omega$ なので，反発係数の式より

$$e = -\frac{r\omega - v_2}{r\omega - \{-(e+1)r\omega\}}$$
$$\therefore\ v_2 = \underbrace{(e+1)^2 r\omega}$$

(B) (e) おもりの円運動の周期は $\dfrac{2\pi}{\omega}$ であり，小球の単振り子の周期は $2\pi\sqrt{\dfrac{l}{g}}$ である．おもりの 1 周期と単振り子の 1/2 周期が同じであるから

$$\frac{2\pi}{\omega} = \frac{1}{2} \times 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$
$$\therefore\ \omega = \underline{2\sqrt{\frac{g}{l}}}$$

(f) 力学的エネルギー保存則より

$$\frac{1}{2}mv_1^2 = mgl(1-\cos 60^\circ)$$
$$\therefore\ v_1 = \underline{\sqrt{gl}}$$

(g) B における速さを v' とする．力学的エネルギー保存則より

$$\frac{1}{2}mv_2^2 = mgl(1-\cos 120^\circ) + \frac{1}{2}mv'^2$$
$$\therefore\ mv'^2 = mv_2^2 - 3mgl \quad \cdots(*)$$

また，張力が 0 になることに注意して，B における向心方向の運動方程式より

$$m\frac{v'^2}{l} = mg\cos 60^\circ$$

これに $(*)$ を代入して，v_2 を求めると

$$v_2 = \underline{\sqrt{\frac{7gl}{2}}}$$

(h) (d) より

$$v_2 = (e+1)v_1$$

である．この式に (f)，(g) の結果を代入して

$$\sqrt{\frac{7gl}{2}} = (e+1)\sqrt{gl}$$
$$\therefore\ e = \underline{\sqrt{\frac{7}{2}} - 1}$$