3

(A) (a) ポアソンの式より

$$p_0 V_0^{\frac{5}{3}} = 2p_0 V_2^{\frac{5}{3}}$$
$$\therefore\ V_2 = \frac{V_0}{2^{\frac{3}{5}}}$$

また，ボイル・シャルルの法則より

$$\frac{p_0 V_0}{T_0} = \frac{2p_0 \cdot \dfrac{V_0}{2^{\frac{3}{5}}}}{T_2}$$
$$\therefore\ T_2 = 2^{\frac{2}{5}} T_0$$

(b) 状態 3 における圧力は $2p_0$ である．状態 3 の状態方程式を立てて，状態 1 の状態方程式 $p_0 V_0 = RT_0$ より，p_0，V_0 を消去すると

$$2p_0 \times V_0 = RT_3$$
$$T_3 = \frac{2p_0 V_0}{R} = 2T_0$$

(c) 状態 1 から状態 2 は断熱変化なので，状態 2 から状態 3 で得た熱量 Q_{23} が Q_{13} と等しい．状態 2 から状態 3 の内部エネルギー変化 ΔU_{23} は

$$\Delta U_{23} = \frac{3}{2}\left(2p_0 \times V_0 - 2p_0 \times \frac{V_0}{2^{\frac{3}{5}}}\right)$$
$$= 3(1 - 2^{-\frac{3}{5}})p_0 V_0$$

また，気体がした仕事 W_{23} は

$$W_{23} = 2p_0\left(V_0 - \frac{V_0}{2^{\frac{3}{5}}}\right)$$
$$= 2(1 - 2^{-\frac{3}{5}})p_0 V_0$$

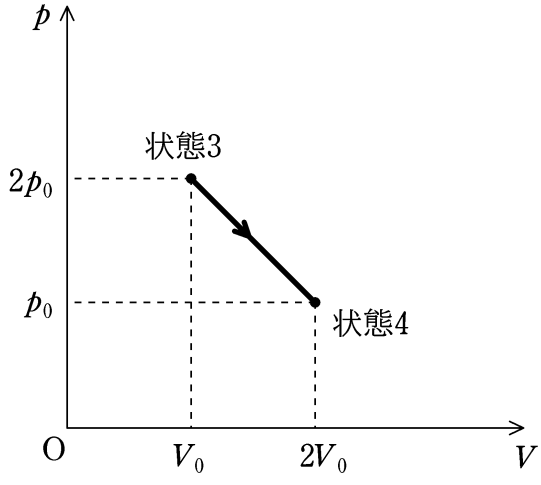
熱力学第一法則より

$$Q_{23} = \Delta U_{23} + W_{23}$$
$$= 5(1 - 2^{-\frac{3}{5}})p_0 V_0$$
$$= 5(1 - 2^{-\frac{3}{5}})RT_0$$

(B) (d) pV 図は次図.

(e) 状態 3 から状態 4 の間の圧力 p と体積 V の関係は

$$p - 2p_0 = \frac{p_0 - 2p_0}{2V_0 - V_0}(V - V_0)$$
$$\therefore\ p = -\frac{p_0}{V_0}V + 3p_0 \quad \cdots (*)$$



$(*)$ を用いて，状態 3 から状態 A までの内部エネルギー変化 $\Delta U_{3\mathrm{A}}$ は

$$\begin{aligned}\Delta U_{3\mathrm{A}} &= \frac{3}{2}(pV - 2p_0V_0)\\ &= -\frac{3p_0}{2V_0}V^2 + \frac{9}{2}p_0V - 3p_0V_0 \quad \cdots (2*)\end{aligned}$$

また，状態 3 から状態 A までに気体がした仕事 $W_{3\mathrm{A}}$ は pV 図の面積を考えて，$(*)$ を用いる．

$$\begin{aligned}W_{3\mathrm{A}} &= \frac{1}{2}\times(p+2p_0)(V-V_0)\\ &= -\frac{p_0}{2V_0}V^2 + 3p_0V - \frac{5}{2}p_0V_0 \quad \cdots (3*)\end{aligned}$$

$(2*)$，$(3*)$ と熱力学第一法則より，

$$\begin{aligned}Q_{3\mathrm{A}} &= \Delta U_{3\mathrm{A}} + W_{3\mathrm{A}}\\ &= \underbrace{-\frac{2p_0}{V_0}}_{(ア)}V^2 + \underbrace{\frac{15}{2}p_0}_{(イ)}V + \underbrace{\left(-\frac{11}{2}p_0V_0\right)}_{(ウ)}\end{aligned}$$

(f) 状態 A における状態方程式を立て，$(*)$ を用いると

$$\begin{aligned}T &= \frac{pV}{R}\\ &= \underbrace{-\frac{T_0}{V_0^2}}_{(エ)}V^2 + \underbrace{\frac{3T_0}{V_0}}_{(オ)}V + \underbrace{0}_{(カ)}\end{aligned}$$

(g) (f) より

$$T = -\frac{T_0}{V_0^2}\left(V - \frac{3}{2}V_0\right)^2 + \frac{9}{4}T_0$$

したがって，最高温度は

$$T_{\mathrm{M}} = \underline{\frac{9}{4}T_0}$$

(h) (e) で得た式において，両辺 V で微分すると

$$\frac{dQ_{3\mathrm{A}}}{dV} = -\frac{4p_0}{V_0}V + \frac{15}{2}p_0$$

$\dfrac{dQ_{3\mathrm{A}}}{dV} = 0$ を満たす V が $Q_{3\mathrm{A}}$ が最大になるときの V で，ここで吸収から放熱にかわる．
したがって

$$V_{\mathrm{B}} = \frac{15}{8}V_0$$