$\boxed{1}$

（A）（a）座標 $x_0\,(<0)$ の場所にあるときの弾性力は $k|x_0| = -kx_0$ であり，これが最大静止摩擦力大きければよい．したがって

$$\mu mg < -kx_0 \qquad \therefore \quad x_0 < \boldsymbol{-\frac{\mu mg}{k}}$$

（b）位置 x における加速度を a として，運動方程式を立てると

$$ma = -kx - \frac{2}{3}\mu mg = -k\left(x + \frac{2\mu mg}{3k}\right)$$

したがって，振動の中心は $x_1 = \boldsymbol{-\frac{2\mu mg}{3k}}$

（c）崖から飛び出すには，$x=0$ で速度をもっていればよく．振動の中心が $\frac{x_0}{2}$ よりも右側にあればよい．

$$\frac{x_0}{2} < -\frac{2\mu mg}{3k} \qquad \therefore \quad x_0 < \boldsymbol{-\frac{4\mu mg}{3k}}$$

（d）x_0 が指定文字に入っていないので，小球の水平投射について考える．小球が崖で投げ出されてからピストンにあたるまでの時間を t として，x 方向，y 方向の等加速度運動の変位の式を立てると

$$\begin{cases} L = v_{x0}t \\ -h = 0 - \dfrac{1}{2}gt^2 \end{cases}$$

以上から t を消去して，v_{x0} について求めると，$v_{x0} = \boldsymbol{L\sqrt{\frac{g}{2h}}}$

（B）（e）圧力 $p + \Delta p$，体積 $V + \Delta V$，絶対温度 $T + \Delta T$ での状態方程式より

$$(p + \Delta p)\cdot(V + \Delta V) = nR\cdot(T + \Delta T)$$
$$\therefore \quad pV + p\cdot(\Delta V) + (\Delta p)\cdot V + (\Delta p)\cdot(\Delta V) = nRT + nR\Delta T$$

圧力 p，体積 V，絶対温度 T のときの状態方程式が $pV = nRT$ なので

$$p\cdot(\Delta V) + (\Delta p)\cdot V + (\Delta p)\cdot(\Delta V) = nR\Delta T$$

両辺 $pV = nRT$ で割る．（左辺は pV で右辺は nRT で）

$$\frac{\Delta V}{V} + \frac{\Delta p}{p} + \frac{\Delta p}{p}\cdot\frac{\Delta V}{V} = \frac{\Delta T}{T}$$

$\frac{\Delta p}{p}\cdot\frac{\Delta V}{V} \fallingdotseq 0$ の近似より

$$\therefore \quad \frac{\Delta p}{p} + \underset{(ア)}{\boldsymbol{\frac{\Delta V}{V}}} = \frac{\Delta T}{T} \qquad \cdots(*)$$

また，単原子分子理想気体の内部エネルギー変化は $\Delta U = \boldsymbol{\frac{3}{2}nR}_{\text{(イ)}}\Delta T$
断熱変化における熱力学第一法則より

$$\frac{3}{2}nR\Delta T = 0 - p\Delta V \qquad \therefore \quad \Delta T = \boldsymbol{-\frac{2p}{3nR}}_{\text{(ウ)}}\Delta V$$

状態方程式から $p = \dfrac{nRT}{V}$ を代入して整理すると

$$\therefore \quad \Delta T = -\frac{2T}{3V}\Delta V \quad \cdots(2*)$$

(2*) より，$\dfrac{\Delta T}{T} = -\dfrac{2\Delta V}{3V}$ を，(*) に代入して

$$\frac{\Delta p}{p} + \frac{\Delta V}{V} = -\frac{2\Delta V}{3V}$$

$$\therefore \quad \Delta p = \boldsymbol{-\frac{5p}{3V}}_{\text{(エ)}}\Delta V \quad \cdots(3*)$$

(f) ピストンのつり合いの式より

$$p_0 \times \pi r^2 + Mg = p_1 \times \pi r^2 \qquad \therefore \quad p_1 = \boldsymbol{p_0 + \frac{Mg}{\pi r^2}}$$

(g) 衝突直前の小球の速度の y 成分の速度 $V_y\,(<0)$ は，等加速度運動の時間消去の式より

$$V_y^2 - 0^2 = 2\times(-g)\times(-h) \qquad \therefore \quad V_y = -\sqrt{2gh}$$

衝突直後のピストンの速度を v_y'，小球の速度の y 成分を V_y' として，y 方向の運動量保存則，および反発係数の式より

$$\begin{cases} m\times(-\sqrt{2gh}) + M\times 0 = mV_y' + Mv_y' \\ 1 = -\dfrac{V_y' - v_y'}{-\sqrt{2gh} - 0} \end{cases}$$

これを解いて，$v_y' = \boldsymbol{-\dfrac{2m}{M+m}\cdot\sqrt{2gh}}$

(h) ピストンが y だけ変位したとき，体積変化は $\Delta V = \pi r^2 y$ である．また，ピストンにはたらく力は，容器内部の圧力変化を Δp として，上向きに $(p_1 + \Delta p)\times\pi r^2$，大気がおす力が下向きに $p_0\times\pi r^2$，ピストンの重力が Mg なので，

$$F_y = (p_1 + \Delta p)\times\pi r^2 - p_0\times\pi r^2 - Mg$$

(f) のつり合いの式より，$p_0\times\pi r^2 + Mg = p_1\times\pi r^2$ であるから

$$= \pi r^2 \Delta p$$

(3*) より $\Delta p = -\dfrac{5p_1}{3V}\Delta V$ であり，$V = \pi r^2 l$, $\Delta V = \pi r^2 y$ より，$\Delta p = -\dfrac{5p_1 y}{3l}$

$$= \boldsymbol{-\frac{5\pi r^2 p_1}{3l}y}$$

（i）ピストンの加速度を β として運動方程式を立てると

$$M\beta = -\frac{5\pi r^2 p_1}{3l}y = -k_1 y$$

この運動方程式より，変位 y におけるピストンの速さを v とすると，単振動のエネルギー保存則

$$\frac{1}{2}Mv^2 + \frac{1}{2}k_1 y^2 = 一定$$

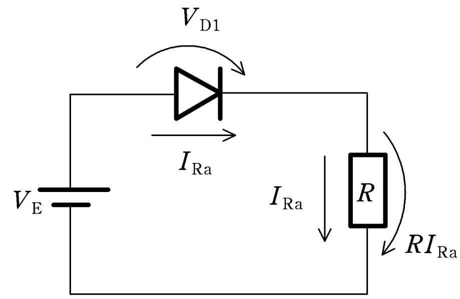
が成り立つ．$y = 0$ のとき，$v = v_y'$，$y = A_1$ のとき $v = 0$ であることから

$$\frac{1}{2}Mv_y'^2 = \frac{1}{2}k_1 A_1^2$$

$$\therefore \quad A_1 = |v_y'|\sqrt{\frac{M}{k_1}} = \boldsymbol{-v_y'\sqrt{\frac{M}{k_1}}}$$

$\boxed{2}$

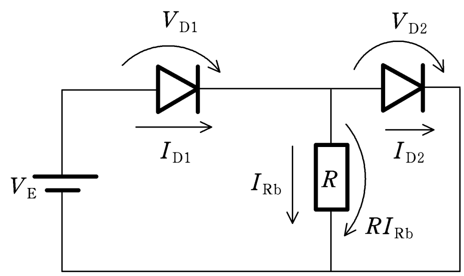
（A）（a）ダイオード D1 の電圧を V_{D1} とする．キルヒホッフの法則と，ダイオードの特性の式より



$$\begin{cases} V_{\mathrm{E}} - V_{\mathrm{D1}} - RI_{\mathrm{Ra}} = 0 \\ I_{\mathrm{Ra}} = \dfrac{V_{\mathrm{D1}} - V_{\mathrm{T}}}{r} \end{cases} \qquad \therefore \quad I_{\mathrm{Ra}} = \boldsymbol{\frac{V_{\mathrm{E}} - V_{\mathrm{T}}}{R + r}}$$

また，$I_{\mathrm{Ra}} > 0$ になるのは，$V_{\mathrm{E}} > V_{\mathrm{T}}$ だから，$V_{\mathrm{Ea}} = \boldsymbol{V_{\mathrm{T}}}$

（b）ダイオード D1，D2 に流れる電流を I_{D1}，I_{D2} とし，電圧を V_{D1}，V_{D2} とする．電池，ダイオード D1，抵抗まわりのキルヒホッフの第 2 法則と，ダイオード D2，抵抗まわりのキルヒホッフの第 2 法則，キルヒホッフの第 1 法則，ダイオ－ド D1，D2 の特性の式より



$$\begin{cases} V_{\mathrm{E}} - V_{\mathrm{D1}} - RI_{\mathrm{Rb}} = 0 \\ -V_{\mathrm{D2}} + RI_{\mathrm{Rb}} = 0 \\ I_{\mathrm{D1}} = I_{\mathrm{D2}} + I_{\mathrm{Rb}} \\ I_{\mathrm{D1}} = \dfrac{V_{\mathrm{D1}} - V_{\mathrm{T}}}{r} \\ I_{\mathrm{D2}} = \dfrac{V_{\mathrm{D2}} - V_{\mathrm{T}}}{r} \end{cases}$$

以上の式から, $I_{\mathrm{Rb}} = \boldsymbol{\dfrac{V_{\mathrm{E}}}{2R+r}}$, $I_{\mathrm{D1}} = \dfrac{1}{r}\left(\dfrac{R+r}{2R+r}V_{\mathrm{E}} - V_{\mathrm{T}}\right)$, $I_{\mathrm{D2}} = \dfrac{1}{r}\left(\dfrac{R}{2R+r}V_{\mathrm{E}} - V_{\mathrm{T}}\right)$
であり, $I_{\mathrm{D1}} > 0$, $I_{\mathrm{D2}} > 0$ の条件より,

$$\frac{R+r}{2R+r}V_{\mathrm{E}} - V_{\mathrm{T}} > 0 \quad \text{かつ} \quad \frac{R}{2R+r}V_{\mathrm{E}} - V_{\mathrm{T}} > 0$$
$$\therefore \quad V_{\mathrm{E}} > \frac{2R+r}{R}V_{\mathrm{T}}$$

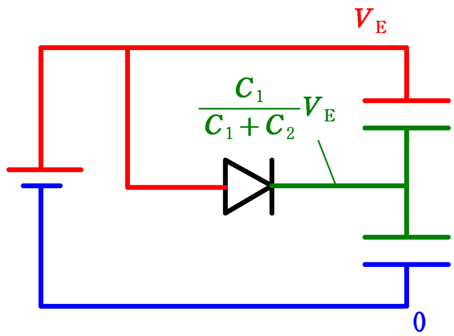
したがって, $V_{\mathrm{Eb}} = \boldsymbol{\dfrac{2R+r}{R}V_{\mathrm{T}}}$

(B)(c) コンデンサーにはもともと電荷が蓄えられていなかったので, S_1 を閉じて十分時間が経つと, 2 つのコンデンサーには同じ同量の電荷が蓄えられる. すると, コンデンサーの基本式 (電荷) = (電気容量) × (電圧) より, 2 つのコンデンサーにかかる電圧は電気容量の反比例する. *[1]

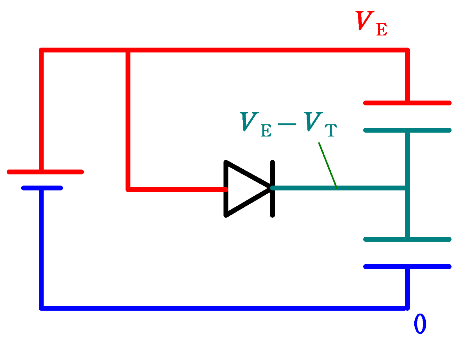
したがって, コンデンサー C_2 にかかる電圧は, $V_{2\mathrm{a}} = \boldsymbol{\dfrac{C_1}{C_1+C_2}V_{\mathrm{E}}}$ となる.
S_2 を入れた直後, ダイオード D に電流が流れる条件は, ダイオード D の電圧が V_{T} よりも大きいときなので

$$V_{\mathrm{E}} - \frac{C_1}{C_1+C_2}V_{\mathrm{E}} > V_{\mathrm{T}}$$
$$\therefore \quad V_{\mathrm{E}} > \frac{C_1+C_2}{C_2}V_{\mathrm{T}}$$

したがって, $V_{\mathrm{Ec}} = \boldsymbol{\dfrac{C_1+C_2}{C_2}V_{\mathrm{T}}}$
ダイオード D の電流が流れた後, ダイオード D の電圧が V_{T} になるとこれ以上電流が流れなくなる. したがって, $V_{2\mathrm{c}} = \boldsymbol{V_{\mathrm{E}} - V_{\mathrm{T}}}$

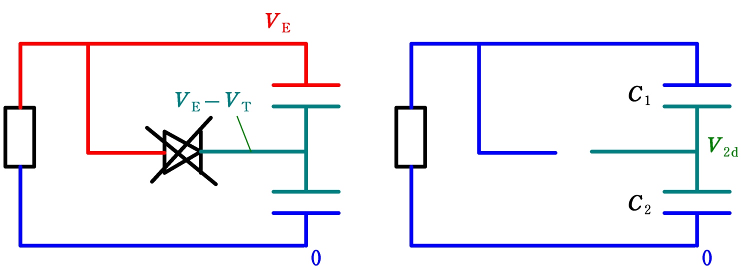


スイッチ S_2 をいれた直後



十分時間が経った後

(d) スイッチを A に切り替えた後, 抵抗に電流が上から下に流れ, 容量 C_1 のコンデンサー



切り替え直後　　十分時間が経過

*[1] 電気量保存とキルヒホッフの法則で普通に求めてもよい.

の電位が下がる．すると，ダイオード D の左側の電位が下がるため，以後ダイオード D には電流が流れない．(c) の十分時間が経った後に容量 C_1, C_2 にかかる電圧がそれぞれ V_{T}, $V_{\mathrm{E}}-V_{\mathrm{T}}$ なので，蓄えられる電荷はそれぞれ C_1V_{T}, $C_2(V_{\mathrm{E}}-V_{\mathrm{T}})$ となる．したがって，孤立部分の電荷の和は

$$-C_1V_{\mathrm{T}}+C_2(V_{\mathrm{E}}-V_{\mathrm{T}})$$

となる．この問いにおいて，十分時間が経った後に容量 C_1, C_2 に蓄えらえた電気量をそれぞれ Q_1, Q_2(それぞれ電圧計の ＋ 側の電荷と設定) とする．電荷保存則と，コンデンサーの基本式から

$$\begin{cases}-C_1V_{\mathrm{T}}+C_2(V_{\mathrm{E}}-V_{\mathrm{T}})=Q_1+Q_2\\ Q_1=C_1V_{\mathrm{2d}}\\ Q_2=C_2V_{\mathrm{2d}}\end{cases}$$

これらの式より，$V_{\mathrm{2d}}=\boldsymbol{\dfrac{C_2}{C_1+C_2}V_{\mathrm{E}}-V_{\mathrm{T}}}$

(C) (e) ダイオード D に電流が流れていないとき，導体棒にはたらく力の斜面に平行な成分は $mg\sin\theta$ のみであるから，加速度は $g\sin\theta$ である．時刻 t における導体棒に速度を v とすると，等加速度運動の速度の式より

$$v=(g\sin\theta)\times t$$

であり，導体棒の速度に垂直な磁束密度の大きさは $B\cos\theta$ であることに注意して，導体棒に生じる誘導起電力は

$$v\times(B\cos\theta)\times l=(Blg\sin\theta\cos\theta)\cdot t$$

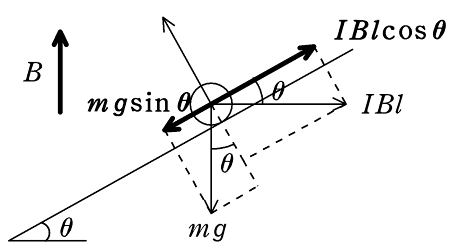
キルヒホッフの法則より

$$V_{\mathrm{D}}(t)=\boldsymbol{(Blg\sin\theta\cos\theta)\cdot t}$$

(f) 電流が流れるのは $V_{\mathrm{D}}(t)=V_{\mathrm{T}}$ のときだから

$$(Blg\sin\theta\cos\theta)\cdot t_1=V_{\mathrm{T}}\qquad\therefore\quad t_1=\boldsymbol{\frac{V_{\mathrm{T}}}{Blg\sin\theta\cos\theta}}$$

(g) 十分時間が経った後に速度が一定になるので，導体棒にはたらく力の和は 0 となる．このときに回路に流れている電流を I とすると，導体棒にはたらく斜面平行成分は右図のようになる．力の和が 0 なので



$$IBl\cos\theta=mg\sin\theta$$

$$\therefore\quad I=\frac{mg\tan\theta}{Bl}\quad\cdots(*)$$

ダイオードの特性の式より

$$I = \frac{V_{\mathrm{Dg}} - V_{\mathrm{T}}}{r} \quad \cdots(2*)$$

$(*)$, $(2*)$ より，$V_{\mathrm{Dg}} = \boldsymbol{\dfrac{mgr\tan\theta}{Bl} + V_{\mathrm{T}}}$

(h) $x = L$ に達したときの導体棒の速度を v とすると，誘導起電力は $vBl\cos\theta$ だから，キルヒホッフの法則より

$$vBl\cos\theta - V_{\mathrm{Dg}} = 0 \qquad \therefore \quad v = \frac{V_{\mathrm{Dg}}}{Bl\cos\theta} \quad \cdots(3*)$$

電磁力がする仕事を $W_{電}$ とすると，導体棒について力学的エネルギー変化と非保存力の仕事の関係から

$$\frac{1}{2}mv^2 - mgL\sin\theta = W_{電} \quad \cdots(4*)$$

また，導体棒の誘導起電力を $W_{誘}$ とすると

$$W_{誘} = W \quad \cdots(5*)$$

また，$W_{電} + W_{誘} = 0 \quad \cdots(6*)$[*2]であるから，$(4*)$, $(5*)$, $(6*)$ より

$$\frac{1}{2}mv^2 - mgL\sin\theta = -W$$

$(3*)$ より

$$\therefore \quad W = \boldsymbol{mgL\sin\theta - \frac{1}{2}m\left(\frac{V_{\mathrm{Dg}}}{Bl\cos\theta}\right)^2}$$

3

(A)

(B)

[*2] ローレンツ力が仕事をしないことから理解できる