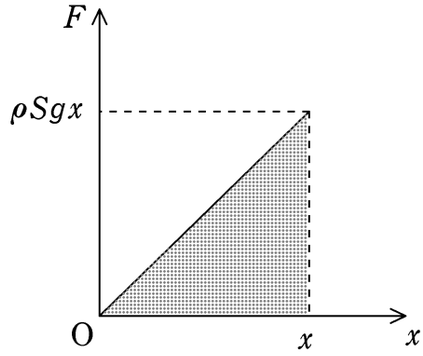
1.

(1) 物体が l だけ沈んでいるときの重力と浮力のつり合いの式より

$$\rho Slg = Mg \qquad \therefore \quad l = \boldsymbol{\frac{M}{\rho S}}_{(ア)}$$



物体をさらに x 沈めると，浮力が ρSxg 増加するので，これと同じ大きさ分外力を加える必要がある．よって，加える力の大きさは $\boldsymbol{\rho Sgx}_{(イ)}$

加えた力がした仕事は右のグラフの面積を考えて

$$\frac{1}{2}\cdot x\cdot \rho Sgx = \boldsymbol{\frac{1}{2}\rho Sgx^2}_{(ウ)}$$

(2) 小球を投げ出してから，物体に衝突するまでの時間を t とする．鉛直方向の等加速度運動の変位の式より

$$d = \frac{1}{2}gt^2 \qquad \therefore \quad t = \boldsymbol{\sqrt{\frac{2d}{g}}}_{(エ)}$$

また，水平方向は等速度運動する．投げ出した水平速度を v として，変位の式より

$$L = v\sqrt{\frac{2d}{g}} \qquad \therefore \quad v = \boldsymbol{L\sqrt{\frac{g}{2d}}}_{(オ)}$$

衝突前の小球の鉛直下向きの速度を v_y とする．鉛直方向の等加速度運動の速度の式より

$$v_y = g\times\sqrt{\frac{2d}{g}} = \sqrt{2gd}$$

鉛直下向きを正として，衝突後の物体と小球の鉛直速度を V, v_y' とおく．運動量保存則およびはね返り係数の式より

$$\begin{cases} 0 + m\sqrt{2gd} = MV + mv_y' \\ 1 = -\dfrac{V - v_{y'}}{0 - \sqrt{2gd}} \end{cases}$$

これを解いて，$v_y = -\dfrac{M-m}{M+m}\sqrt{2gd}$, $V = \dfrac{2m}{M+m}\sqrt{2gd}$.

$M > m$ を考慮して，それぞれの大きさは，$|v_y| = \boldsymbol{\frac{M-m}{M+m}\sqrt{2gd}}_{(カ)}$，$|V| = \boldsymbol{\frac{2m}{M+m}\sqrt{2gd}}_{(キ)}$

(3) 小球の最高点の高さを H とする．等加速度運動の時間消去の式より（鉛直上向きを正とする）

$$0^2 - \left(\frac{M-m}{M+m}\sqrt{2gd}\right)^2 = 2\cdot(-g)\cdot H \qquad \therefore \quad H = \boldsymbol{\left(\frac{M-m}{M+m}\right)^2 d}_{(ク)}$$

衝突前の物体の重心を原点として，鉛直下向きに x 軸をとる．座標 x のときの加速度を a とすると，運動方程式は

$$Ma = Mg - \rho Sg(x+l) = -\rho Sgx$$

より，物体は $x = 0$ を中心に角振動数 $\sqrt{\dfrac{\rho Sg}{M}}$ の単振動をする．物体の速度がはじめて 0 になる位置を $x = A$ とすると，単振動のエネルギー保存より

$$\frac{1}{2}\cdot\rho Sg\cdot A^2 = \frac{1}{2}MV^2$$

$V = \dfrac{2m}{M+m}\sqrt{2gd}$ も考慮して

$$\therefore \quad A = V\sqrt{\frac{M}{\rho Sg}} = \frac{2m}{M+m}\sqrt{2gd}\cdot\sqrt{\frac{M}{\rho Sg}} = \boldsymbol{\frac{2m}{M+m}\sqrt{\frac{2Md}{\rho S}}}_{(ケ)}$$

また，この間の時間は単振動の周期の 1/4 に相当するので

$$\frac{1}{4}\cdot 2\pi\sqrt{\frac{M}{\rho Sg}} = \boldsymbol{\frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{M}{\rho Sg}}}_{(コ)}$$

2.

(1) 時刻 $t\left(<\dfrac{a}{u}\right)$ のとき，磁束を貫いている部分の面積は 1 辺が ut の正方形の面積を考えて，$(ut)^2$ なので，貫いている磁束は $\Phi=\boldsymbol{B(ut)^2}_{(ア)}$

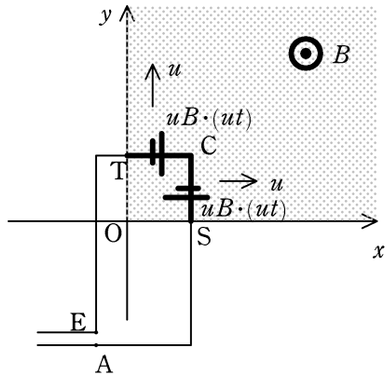
時刻 $t+\Delta t$ での磁束は $\Phi'=B\{u(t+\Delta t)\}^2$ であり，磁束変化 $\Delta\Phi=\Phi'-\Phi$ は

$$\Delta\Phi=\Phi'-\Phi=B\{u(t+\Delta t)\}^2-B(ut)^2=Bu^2\{2t\Delta t+(\Delta t)^2\}\fallingdotseq 2Bu^2t\Delta t$$

よって，AE 間に生じる誘導起電力の大きさは V は

$$V=\left|\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\right|=\boldsymbol{2Bu^2t}_{(イ)}$$

また，(イ) は，導体棒が磁場中を動くことで生じる誘導起電力の問題とみても解ける．右図の CS 部分，CT 部分の長さは ut で速さ v で磁場中を運動しているので，それぞれの誘導起電力の大きさは



$$uB\cdot(ut)=Bu^2t$$

なので，AE 間に生じる誘導起電力の大きさは V は

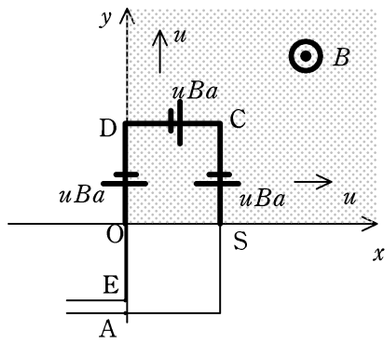
$$V=2\times Bu^2t=2Bu^2t\quad \textbf{（イ）の別解}$$

抵抗器にかかる電圧は $2Bu^2t$ なので，消費電力は

$$\boldsymbol{\frac{(2Bu^2t)^2}{R}}_{(ウ)}$$

(2) $t=\dfrac{a}{u}$ のとき，

CD，DO，CS の長さが a なので，それぞれの誘導起電力の大きさは uBa である．よって，AE 間に生じる誘導起電力の大きさは



$$uBa-uBa+uBa=uBa$$

となる．S_2 を閉じた直後，コイルの性質より，コイルには電流が流れない．また，コンデンサーには電荷が蓄えられていないので，電圧が生じていない．抵抗を流れる電流を I_0 とすると，キルヒホッフの法則より

$$uBa-0-RI_0=0\qquad\therefore\quad I_0=\boldsymbol{\frac{uBa}{R}}_{(エ)}$$

$\dfrac{a}{u}<t<\dfrac{2a}{u}$ の間でコイルに流れる電流が一定になったことから，コイルに生じる自己誘導起電力は 0 であり，並列に接続されているコンデンサーの電圧も 0 である．すると，抵抗器にかかる電圧は PQ 間の電圧と等しくなるため，$\boldsymbol{uBa}_{(オ)}$ となる．

また，コンデンサーの電圧が常に 0 であるから，蓄えられている電荷も常に 0 で，電荷の時間変化が 0 から，コンデンサーに流れる電流は 0 である．よって，抵抗器に流れる電流とコイルに流れる電流は等しくなり，その電流の大きさは $\dfrac{uBa}{R}$ となるため，コイルに蓄えられているエネルギーは

$$\boldsymbol{\frac{1}{2}L\left(\frac{uBa}{R}\right)^2}_{(カ)}$$

(3) LC 振動回路の周期は $T=\boldsymbol{2\pi\sqrt{LC}}_{(キ)}$ であり，S_2 を開く前，コイルには F → G の向きに電流が流れていたので，スイッチを開いた後も F → G に電流を流す．その後，電流は単振動と同様に時間変化するので，電流の時間変化のグラ

フは $\mathbf{c}_{(ク)}$ である．また，S_2 を開いた後，コンデンサーに電荷が蓄えられておらず，F に対する G の電位は 0 である．その後，図 2 のコンデンサーの左側極板に電流が流れ込むので，F に対する G の電位は正に変化する．よって，電位の時間変化のグラフは $\mathbf{a}_{(ケ)}$ となる．

*1 G の電位の最大値を $V_{\max}$ として，エネルギー保存則を立てると

$$\frac{1}{2}CV_{\max}^2 = \frac{1}{2}L\left(\frac{uBa}{R}\right)^2 \qquad \therefore \quad V_{\max} = \boldsymbol{\frac{uBa}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}}_{(コ)}$$

*1 S_2 を開いた時刻を $t' = 0$ ととりなおしたとき，時刻 t' における電流を I，コンデンサーの図 2 の左側極板の電荷を Q として，キルヒホッフの法則を立てると

$$-L\frac{dI}{dt} - \frac{Q}{C} = 0$$

両辺 t で微分して，$I = \dfrac{dQ}{dt}$ を考慮すると

$$L\frac{d^2I}{dt^2} = -\frac{1}{C}I$$

より，電流の時間変化は単振動の時間変化と同じになる．このときの角振動数は $\omega = \sqrt{\dfrac{1}{LC}}$ なので，周期 T は

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{LC}$$

3.

(1) 光電流の大きさは $I = \boldsymbol{Ne}_{(ア)}$

光電子の速さの最大値を $v_{\max}$ として，エネルギー保存則より

$$\frac{1}{2}mv_{\max}^2 = eV_0 \qquad \therefore \quad v_{\max} = \sqrt{\frac{\boldsymbol{2eV_0}}{\boldsymbol{m}}}_{(イ)}$$

アインシュタインの光電効果の式より

$$eV_0 = h\nu - W \qquad \therefore \quad V_0 = \frac{\boldsymbol{h\nu - W}}{\boldsymbol{e}}_{(ウ)}$$

(2) x 方向と y 方向の運動量保存則より

$$\begin{cases} \dfrac{h}{\lambda} + mv = \dfrac{h}{\lambda'}\cos\theta + mv'\cos\varphi \\ 0 + 0 = \dfrac{h}{\lambda'}\sin\theta + m\cdot(-v'\sin\varphi) \end{cases}$$

$$\therefore \quad v'\cos\varphi = \boldsymbol{v + \frac{h}{m}\left(\frac{1}{\lambda} - \frac{\cos\theta}{\lambda'}\right)}_{(エ)} \quad \cdots①$$

$$\therefore \quad -v'\sin\varphi = \boldsymbol{-\frac{h\sin\theta}{m\lambda'}}_{(オ)} \quad \cdots②$$

一方，エネルギー保存則より

$$\frac{hc}{\lambda} + \frac{1}{2}mv^2 = \frac{hc}{\lambda'} + \frac{1}{2}mv'^2 \qquad \therefore \quad \frac{1}{2}mv'^2 = \boldsymbol{\frac{1}{2}mv^2 + ch\left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda'}\right)}_{(キ)} \quad \cdots③$$

①, ② に $\theta = 90^\circ$ を代入して

$$v'\cos\varphi = v + \frac{h}{m\lambda} \quad \cdots④$$

$$v'\sin\varphi = \frac{h}{m\lambda'} \quad \cdots⑤$$

④^2 + ⑤^2 を計算すると

$$v'^2 = \left(v + \frac{h}{m\lambda}\right)^2 + \left(\frac{h}{m\lambda'}\right)^2 \quad \cdots⑥$$

⑥ を ③ に代入して

$$\frac{1}{2}m\left\{\left(v + \frac{h}{m\lambda}\right)^2 + \left(\frac{h}{m\lambda'}\right)^2\right\} = \frac{1}{2}mv^2 + ch\left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda'}\right)$$

$$\therefore \quad v = \boldsymbol{c\left(1 - \frac{\lambda}{\lambda'}\right)}_{(ク)} - \frac{h}{2m\lambda'}\left(\frac{\lambda'}{\lambda} + \frac{\lambda}{\lambda'}\right)$$