[I]

(1) 屈折の法則より

$$n_1 \sin\theta_1 = n_2 \sin\theta_2 = n_3 \sin\theta_3$$
$$\therefore \quad \sin\theta_2 = \boldsymbol{\frac{n_1}{n_2} \sin\theta_1}$$

答え：**e**

(2) 上の屈折の法則より，$\sin\theta_3 = \boldsymbol{\frac{n_1}{n_3} \sin\theta_1}$．よって，答え：**e**

(3) 屈折率 n_1 と屈折率 n_2 の媒質での臨界角を $\theta_{1\mathrm{C}}$ とすると，屈折の法則より

$$2 \times \sin\theta_{1\mathrm{C}} = \sqrt{2} \times \sin 90^\circ \quad \sin\theta_{1\mathrm{C}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

よって，$\theta_{1\mathrm{C}} = 45^\circ$ なので，ここで全反射しないためには，$\theta_1 < 45^\circ$ を満たさなければならない．

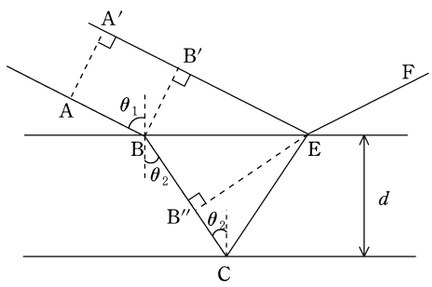
一方，屈折率 n_2 と屈折率 n_3 の媒質において，θ_2 が臨界角になるときの θ_1 の角度を $\theta_{1\mathrm{C}'}$ とすると，屈折の法則より

$$2 \times \sin\theta_{1\mathrm{C}'} = \sqrt{2} \times \sin\theta_2 = 1 \times \sin 90^\circ \qquad \therefore \quad \sin\theta_{1\mathrm{C}'} = \frac{1}{2}$$

よって，$\theta_{1\mathrm{C}'} = 30^\circ$ なので，ここで全反射するには，$30^\circ \leqq \theta_1$ を満たさなければならない．以上から，薄膜の上面で屈折し，さらに薄膜の底面で全反射するときの θ_1 の範囲は $\boldsymbol{30^\circ \leqq \theta_1 < 45^\circ}$．答え：**c**

(4) 図の $\overline{\mathrm{B'E}}$ と $\overline{\mathrm{BB''}}$ では位相差が生じない．

なぜならば，$\angle\mathrm{EBB'} = \theta_1$，$\angle\mathrm{BEB''} = \theta_2$ より，$\overline{\mathrm{B'E}} = \overline{\mathrm{BE}}\sin\theta_1$，$\overline{\mathrm{BB''}} = \overline{\mathrm{BE}}\sin\theta_2$ であり，B′，B を基準とした E，B″ の位相の遅れを ϕ_1，ϕ_2 とすると



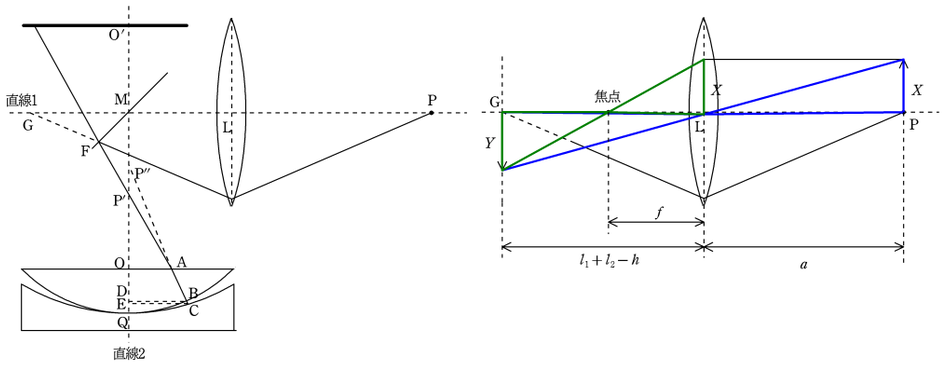
$$\phi_1 = \frac{2\pi}{\frac{\lambda}{n_1}} \times \overline{\mathrm{B'E}} = \frac{2\pi}{\lambda} \times n_1 \times \overline{\mathrm{BE}}\sin\theta_1$$
$$\phi_2 = \frac{2\pi}{\frac{\lambda}{n_2}} \times \overline{\mathrm{BB''}} = \frac{2\pi}{\lambda} \times n_2 \times \overline{\mathrm{BE}}\sin\theta_2$$

一方，屈折の法則より，$n_1 \sin\theta_1 = n_2 \sin\theta_2$ なので，$\phi_1 = \phi_2$ がわかる．よって，位相差が生じるのは，$\overline{\mathrm{B''C}} + \overline{\mathrm{CE}}$ のみである．この長さは薄膜下面を軸として，CE を折り返したときの E に対応する点を E′ とおけば，$\overline{\mathrm{B''C}} + \overline{\mathrm{CE}} = \mathrm{B''E'} = 2d\cos\theta_2$ とわかる．薄膜上面および下面で固定端反射することにも気をつけて，弱め合いの条件は

$$\frac{2\pi}{\frac{\lambda}{n_2}} \times 2d\cos\theta_2 = (2m+1)\pi \qquad \therefore \quad \boldsymbol{d\cos\theta_2 = \frac{2m+1}{4} \cdot \frac{\lambda}{n_2}}$$

答え：**h**

(5) 点光源からレンズを通過後にハーフミラーで反射した点を F とし，そのまま透過したときの直線 1 との交点を G とす



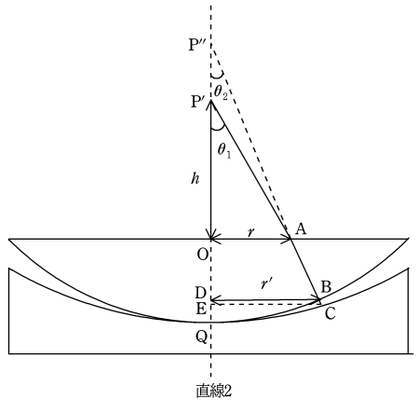
る．$\overline{\mathrm{GM}} = \overline{\mathrm{MP'}} = l_2 - h$ なので，もしハーフミラーがなかったら，光は G にあつまり，$\overline{\mathrm{LG}} = l_1 + l_2 - h$ である．上図右のように，仮想的に長さ X の光源を考えたときにできた像の長さが Y とする．$\overline{\mathrm{PL}} = a$ として，相似比を考えると

$$\frac{Y}{X} = \frac{l_1 + l_2 - h}{a} = \frac{l_1 + k_2 - h - f}{f} \qquad \therefore \quad a = \frac{\mathbf{1}}{\dfrac{\mathbf{1}}{\boldsymbol{f}} - \dfrac{\mathbf{1}}{\boldsymbol{l_1 + l_2 - h}}}$$

答え：**f**

(6) A における入射角を θ_1，屈折角を θ_2 とおくと，平行線の錯角と同位角が等しいことから

$$\angle \mathrm{AP'O} = \theta_1, \qquad \angle \mathrm{AP''O} = \theta_2$$



となる．屈折の法則を立て，近似すると

$$\sin\theta_1 = n\sin\theta_2 \qquad \therefore \quad \tan\theta_1 \fallingdotseq n\tan\theta_2$$

$\tan\theta_1 = \dfrac{r}{h}$，$\tan\theta_2 = \dfrac{r}{\mathrm{OP''}}$ を代入して

$$\frac{r}{h} = n \cdot \frac{r}{\mathrm{OP''}} \qquad \therefore \quad \overline{\mathrm{OP''}} = \boldsymbol{nh}$$

答え：**a**

(7) 光は点 B で S_2 と垂直に入射しているので，線分 BA の延長線と直線 2 の交点である P″ は球面 S_2 の中心である．よって，$\overline{\mathrm{P''B}} = R$ である．よって，$\sin\theta_2 = \dfrac{r'}{R}$ である．$\sin\theta_1 \fallingdotseq \tan\theta_1 = \dfrac{r}{h}$ より，屈折の法則の式 $\sin\theta_1 = n\sin\theta_2$ に代入すると

$$\frac{r}{h} = n \cdot \frac{r'}{R} \qquad \therefore \quad r' = \boldsymbol{\frac{Rr}{nh}}$$

答え：**f**

(8) △P″DB について三平方の定理の式を立て，近似すると

$$R^2 = (R - d_1)^2 + r'^2$$

$$\therefore \quad R = d_1 + \sqrt{R^2 - r'^2} = d_1 + R\left\{1 - \left(\frac{r'}{R}\right)^2\right\}^{\frac{1}{2}} \fallingdotseq d_1 + R\left\{1 - \frac{1}{2}\left(\frac{r'}{R}\right)^2\right\}$$

$$\therefore \quad d_1 = \boldsymbol{\frac{r'^2}{2R}}$$

答え：**b**

(9) $\overline{\mathrm{CE}} \fallingdotseq \overline{\mathrm{BD}}$ の近似式を用い，(8) と同様に計算して，$d_2 = \boldsymbol{\dfrac{r'^2}{2(R + \Delta R)}}$．答え：**b**

(10)

$$\overline{\mathrm{DE}} = d_1 - d_2 = \frac{r'^2}{2R} - \frac{r'^2}{2(R + \Delta R)}$$
$$= \frac{r'^2}{2R} - \frac{r'^2}{2R}\left(1 + \frac{\Delta R}{R}\right)^{-1} \fallingdotseq \frac{r'^2}{2R} - \frac{r'^2}{2R}\left(1 - \frac{\Delta R}{R}\right) = \frac{r'^2}{2R^2}\Delta R$$

(7) で得た $r' = \dfrac{Rr}{nh}$ を代入して

$$= \frac{1}{2R^2}\left(\frac{Rr}{nh}\right)^2 \Delta R = \boldsymbol{\left(\frac{r}{nh}\right)^2 \cdot \frac{\Delta R}{2}}$$

答え：**f**

(11) 問題文より，$\overline{\mathrm{BC}} \fallingdotseq \overline{\mathrm{DE}} = \left(\dfrac{r}{nh}\right)^2 \cdot \dfrac{\Delta R}{2}$．距離の差 $\overline{\mathrm{BC}}$ の往復分と C における固定端反射の位相のずれを考慮して弱

め合いの条件の式を立てると

$$\frac{2\pi}{\lambda}\times\left(\frac{r}{nh}\right)^2\cdot\frac{\Delta R}{2}\times 2+\pi=(2m+1)\pi \qquad \therefore\quad r=\boldsymbol{nh}\sqrt{\frac{\boldsymbol{m\lambda}}{\boldsymbol{\Delta R}}}$$

答え：**a**

(12) B，C で反射した光は再び P′ を通りハーフミラーの点 F を透過する．線分 AF の延長線とスクリーンの交点を H とすると，△P′OA と △P′O′H の相似比を考えて

$$\frac{\overline{\mathrm{O'H}}}{\overline{\mathrm{P'O'}}}=\frac{\overline{\mathrm{OA}}}{\overline{\mathrm{P'O}}}$$

$\overline{\mathrm{P'O'}}=l_2+l_3-h$，$\overline{\mathrm{P'O}}=h$，$\overline{\mathrm{OA}}=r$ を代入して

$$\mathrm{O'H}=\frac{r}{h}\cdot(l_2+l_3-h)$$

(11) で得た，$r=nh\sqrt{\frac{m\lambda}{\Delta R}}$ を代入して

$$=\boldsymbol{n(l_2+l_3-h)}\sqrt{\frac{\boldsymbol{m\lambda}}{\boldsymbol{\Delta R}}}$$

答え：**e**

[II]

問 1 宇宙船の質量を m とする．向心方向の運動方程式より

$$\frac{mV_{\mathrm{A}}^2}{(R+a)}=\frac{GMm}{(R+a)^2}\qquad\therefore\quad V_{\mathrm{A}}=\sqrt{\boldsymbol{\frac{GM}{R+a}}}$$

問 2 $U_{\mathrm{A}}=\dfrac{GMm}{R+a}$ であり，問 1 の $V_{\mathrm{A}}=\sqrt{\dfrac{GM}{R+a}}$ を用いて

$$K_{\mathrm{A}}=\frac{1}{2}mV_{\mathrm{A}}^2=\frac{GMm}{2(R+a)}$$

より，

$$E_{\mathrm{A}}=K_{\mathrm{A}}+U_{\mathrm{A}}=-\frac{GMm}{2(R+a)}$$

よって，

$$\frac{U_{\mathrm{A}}}{K_{\mathrm{A}}}=\boldsymbol{-2},\qquad\frac{U_{\mathrm{A}}}{K_{\mathrm{A}}}=\boldsymbol{-1}$$

問 3 円運動の周期の式を 2 乗して

$$T_{\mathrm{A}}=\frac{2\pi(R+a)}{V_{\mathrm{A}}}=2\pi(R+a)\sqrt{\frac{R+a}{GM}}\qquad\therefore\quad T_{\mathrm{A}}^2=\frac{4\pi^2}{GM}\cdot(R+a)^3$$

よって，$k=\boldsymbol{\dfrac{4\pi^2}{GM}}$

問 4 Q における速さを V_{Q} とする．P，Q での面積速度一定則と力学的エネルギー保存則より

$$\begin{cases}\dfrac{1}{2}(R+a)V_{\mathrm{P}}=\dfrac{1}{2}(R+2a)V_{\mathrm{Q}}\\[2mm]\dfrac{1}{2}mV_{\mathrm{P}}^2-\dfrac{GMm}{R+a}=\dfrac{1}{2}mV_{\mathrm{Q}}^2-\dfrac{GMm}{R+2a}\end{cases}$$

$$\therefore\quad V_{\mathrm{P}}=\sqrt{\frac{2(R+2a)}{2R+3a}}\cdot\sqrt{\frac{GM}{R+a}}=V_{\mathrm{A}}\sqrt{\frac{2(R+2a)}{2R+3a}}$$

よって，$\dfrac{V_{\mathrm{P}}}{V_{\mathrm{A}}}=\sqrt{\boldsymbol{\dfrac{2(R+2a)}{2R+3a}}}$

問 5

$$E_{\mathrm{B}}=\frac{1}{2}mV_{\mathrm{P}}^2-\frac{GMm}{R+a}=-\frac{GMm}{2R+3a}$$

$$\therefore\quad \Delta E=E_{\mathrm{B}}-E_{\mathrm{A}}=-\frac{GMm}{2R+3a}-\left\{-\frac{GMm}{2(R+a)}\right\}=\frac{GMma}{2(R+a)(2R+3a)}$$

$$\therefore\quad \frac{\Delta E}{K_{\mathrm{A}}}=\frac{\dfrac{GMma}{2(R+a)(2R+3a)}}{\dfrac{GMm}{2(R+a)}}=\boldsymbol{\frac{a}{2R+3a}}$$

問 6 楕円軌道 C の長軸半径は $\dfrac{2R+a}{2}$ なので，ケプラーの第 3 法則より，楕円軌道 C の周期 T' は

$$T'^2=\frac{4\pi^2}{GM}\left(\frac{2R+a}{2}\right)^3\qquad\therefore\quad T'=2\pi\sqrt{\frac{1}{GM}\cdot\left(\frac{2R+a}{2}\right)^3}$$

$$\therefore\quad T=\frac{T'}{2}=\boldsymbol{\pi\sqrt{\frac{1}{GM}\cdot\left(\frac{2R+a}{2}\right)^3}}$$

問 7 地球の質量を M_{E}，半径を R_{E} とし，重力加速度の大きさを g_{E} とすると，地球表面において，質量 m' にはたらく万有引力と重力が等しいことから

$$m'g_{\mathrm{E}} = \frac{GM_{\mathrm{E}}m'}{R_{\mathrm{E}}^2} \qquad \therefore \quad g_{\mathrm{E}} = \frac{GM_{\mathrm{E}}}{R_{\mathrm{E}}^2}$$

惑星 X は質量が α 倍，半径が β 倍なので，重力加速度は $\boldsymbol{\dfrac{\alpha}{\beta^2}}$ 倍になる．

問 8 地球上でばね定数 k のばねに質量 m' をつるしたときのばねの伸びが Δx_{E} だったとき，つり合いの式より

$$k\Delta x_{\mathrm{E}} = m'g_{\mathrm{E}} \qquad \therefore \quad \Delta x_{\mathrm{E}} = \frac{m'}{k}g_{\mathrm{E}}$$

惑星 X では重力加速度の大きさが $\dfrac{\alpha}{\beta^2}$ 倍だから，ばねの伸びも $\boldsymbol{\dfrac{\alpha}{\beta^2}}$ 倍となる．

問 9 地球上でのばね振り子の振動の周期は $2\pi\sqrt{\dfrac{m'}{k}}$ であり，質量とばね定数で周期が決まる．よって，惑星 X の振動の周期は地球の **1** 倍．

[III]

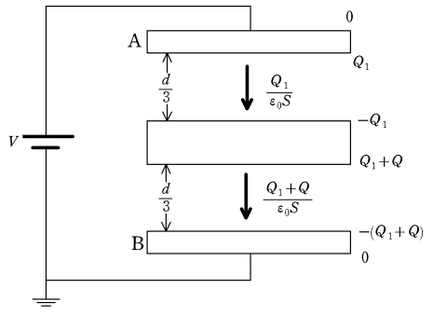
問 1 コンデンサーの基本式より，$\boldsymbol{\dfrac{\varepsilon_0 SV}{d}}$

問 2 極板 A に蓄えられている電荷を Q_{A} とすると，C の上側に $-Q_{\mathrm{A}}$ が帯電し，金属板のもともとの電荷が 0 であったことから，C の下側には，Q_{A} が帯電する．すると，極板 B は $-Q_{\mathrm{A}}$ が帯電することになる．キルヒホッフの法則より*1

$$V-\frac{Q_{\mathrm{A}}}{\varepsilon_0 S}\cdot\frac{d}{3}-\frac{Q_{\mathrm{A}}}{\varepsilon_0 S}\cdot\frac{d}{3}=0 \qquad \therefore\quad Q_{\mathrm{A}}=\boldsymbol{\frac{3\varepsilon_0 S}{2d}V}$$

問 3「接地されている場合」と「接地されていない場合」で解答が異なる．

接地している場合　コンデンサーの外側の電場が 0 という条件から，極板 A の上側部分および極板 B の下側部分の電荷は 0 となる．A の下側の電荷を Q_1 とすると，金属板上側の電荷は $-Q_1$ となる．また，金属板の電荷は Q であることから，金属板下側の電荷は Q_1+Q となり，B の上側の電荷は $-(Q_1+Q)$ となる． キルヒホッフの法則より

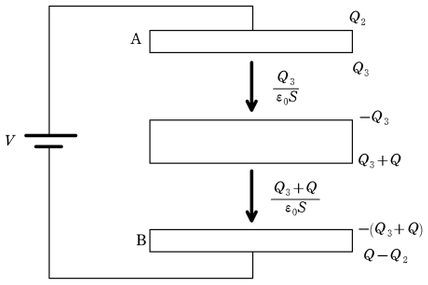


$$V-\frac{Q_1}{\varepsilon_0 S}\cdot\frac{d}{3}-\frac{Q_1+Q}{\varepsilon_0 S}\cdot\frac{d}{3}=0$$
$$\therefore\quad Q_1=\frac{3\varepsilon_0 SV}{2d}-\frac{Q}{2}$$

よって，極板 A の電気量は $\boldsymbol{\dfrac{3\varepsilon_0 SV}{2d}-\dfrac{Q}{2}}$

接地していない場合　A の上側の電荷 Q_2，下側の電荷を Q_3 とすると，金属板の上側は $-Q_3$ となる．金属板の電荷の和が Q なので，金属板下側の電荷は Q_3+Q となり，B の上側の電荷は $-(Q_3+Q)$ となる．さらに，極板 A と極板 B の電荷の和が 0 であることから，B の下側の電荷は $Q-Q_2$ となる．

A 内部の電場は 0 であるという式を立てる（下向きを正とする）と，



$$\frac{1}{2\varepsilon_0 S}\{Q_2-Q_3+Q_3-(Q_3+Q)+(Q_3+Q)-(Q-Q_2)\}=0$$
$$\therefore\quad Q_2=\frac{Q}{2}$$

さらに，キルヒホッフの法則より

$$V-\frac{Q_3}{\varepsilon_0 S}\cdot\frac{d}{3}-\frac{Q_3+Q}{\varepsilon_0 S}\cdot\frac{d}{3}=0 \qquad \therefore\quad Q_3=\frac{3\varepsilon_0 SV}{2d}-\frac{Q}{2}$$

よって，極板 A の電気量は $Q_2+Q_3=\boldsymbol{\dfrac{3\varepsilon_0 SV}{2d}}$

問 4 問 3 の状況では，極板 B に対する極板 A 電位が $-V$ であり，スイッチを閉じた直後は電荷が移動していないので，電位は変化しない．抵抗器に右方向に流れる電流を I' として，キルヒホッフの法則より

$$V-RI'+V=0 \qquad \therefore\quad I'=\boldsymbol{\frac{2V}{R}}$$

問 5 誘電体は帯電していないため，接地してあっても接地していなくても A の上側と B の下側の電荷は 0 となる．*2 B に

---

*1 電荷 Q, $-Q$ が蓄えられているときのコンデンサー内の電場の強さは $\dfrac{Q}{\varepsilon_0 S}$ となる．すると，極板間の距離を x とすると，$\dfrac{Q}{\varepsilon_0 S}x$ 電位差が生じる．

*2 接地してあるときは，A，B の外側の電場は 0 なので，A 上側と B 下側の電荷は 0 である．接地していない場合は誘電体の表面に生じる分極電荷がつくる電場は誘電体の外側である極板 A，B 部分では合わせて 0 になる．A の上側，下側，B の上側，下側の電荷を $Q_{\mathrm{A}\,上}$, $Q_{\mathrm{A}\,下}$, $Q_{\mathrm{B}\,上}$, $Q_{\mathrm{B}\,下}$ とすると，電荷保存則および A，B 内部の電場が 0 であることから下の式を解いて，$Q_{\mathrm{A}\,上}=Q_{\mathrm{B}\,下}=0$ を得る．

$$\begin{cases} Q_{\mathrm{A}\,上}+Q_{\mathrm{A}\,下}+Q_{\mathrm{B}\,上}+Q_{\mathrm{B}\,下}=0 \\ \dfrac{1}{2\varepsilon_0 S}\{Q_{\mathrm{A}\,上}-Q_{\mathrm{A}\,下}-Q_{\mathrm{B}\,上}-Q_{\mathrm{B}\,下}\}=0 \\ \dfrac{1}{2\varepsilon_0 S}\{Q_{\mathrm{A}\,上}+Q_{\mathrm{A}\,下}+Q_{\mathrm{B}\,上}-Q_{\mathrm{B}\,下}\}=0 \end{cases}$$

蓄えられる電荷を Q_4 とすると，A に蓄えられる電荷は $-Q_4$ となり，これらの電荷により，コンデンサー内部に $\dfrac{Q_4}{\varepsilon_0 S}$ の電場をつくる．この電場により誘電体は誘電分極し，比誘電率が ε_{r} だから，誘電体内部の電場は $\dfrac{Q_4}{\varepsilon_{\mathrm{r}}\varepsilon_0 S}$ となる．キルヒホッフの法則より

$$V-\frac{Q_4}{\varepsilon_0 S}\cdot\frac{d}{3}-\frac{Q_4}{\varepsilon_{\mathrm{r}}\varepsilon_0 S}\cdot\frac{d}{3}-\frac{Q_4}{\varepsilon_0 S}\cdot\frac{d}{3}=0 \qquad \therefore\quad Q_4=\frac{3\varepsilon_{\mathrm{r}}\varepsilon_0 SV}{(2\varepsilon_{\mathrm{r}}+1)d}$$

よって，A に蓄えられる電荷は $-Q_4=\boldsymbol{-\dfrac{3\varepsilon_{\mathrm{r}}\varepsilon_0 SV}{(2\varepsilon_{\mathrm{r}}+1)d}}$

問 6 極板 A に電荷 q，B に $-q$ の電荷が蓄えられており，電流 I が流れているときのキルヒホッフの法則は，

$$-L\frac{\Delta I}{\Delta t}+\frac{q}{\varepsilon_0 S}\cdot d=0$$

問 1 より，A に蓄えられている電荷は $q=\dfrac{\varepsilon_0 SV}{d}$ である．これを上式に代入して

$$-L\frac{\Delta I}{\Delta t}+\frac{1}{\varepsilon_0 S}\cdot\frac{\varepsilon_0 SV}{d}\cdot d=0 \qquad \therefore\quad \frac{\Delta I}{\Delta t}=\frac{V}{L}$$

よって，時間変化率は **正** であり，大きさは $\boldsymbol{\dfrac{V}{L}}$ である．

問 7 電気容量を C とすると，LC 振動回路の角振動数は $\dfrac{1}{\sqrt{LC}}$ であり，周期は $\dfrac{2\pi}{\omega}=2\pi\sqrt{LC}$ である．いま，コンデンサーの電気容量は $C=\varepsilon_0\dfrac{S}{d}$ なので周期は，$\boldsymbol{2\pi\sqrt{\dfrac{\varepsilon_0 SL}{d}}}$ …①

問 8 電気容量 C' は直列合成をして

$$\frac{1}{C'}=\frac{1}{\dfrac{\varepsilon_0 S}{d-t}}+\frac{1}{\dfrac{\varepsilon_{\mathrm{r}}\varepsilon_0 S}{t}} \qquad \therefore\quad C'=\frac{\varepsilon_{\mathrm{r}}\varepsilon_0 S}{\varepsilon_{\mathrm{r}}d-(\varepsilon_{\mathrm{r}}-1)t}$$

このときの振動の周期は $2\pi\sqrt{\dfrac{\varepsilon_{\mathrm{r}}\varepsilon_0 SL}{\varepsilon_{\mathrm{r}}d-(\varepsilon_{\mathrm{r}}-1)t}}$ …② であり，② は ① の 2 倍なので

$$2\pi\sqrt{\frac{\varepsilon_{\mathrm{r}}\varepsilon_0 SL}{\varepsilon_{\mathrm{r}}d-(\varepsilon_{\mathrm{r}}-1)t}}=2\times 2\pi\sqrt{\frac{\varepsilon_0 SL}{d}} \qquad \therefore\quad t=\boldsymbol{\frac{3\varepsilon_{\mathrm{r}}d}{4(\varepsilon_{\mathrm{r}}-1)}}$$

$t<d$ となるときの ε_{r} が満たす条件は

$$\frac{3\varepsilon_{\mathrm{r}}d}{4(\varepsilon_{\mathrm{r}}-1)}<d \qquad \therefore\quad \boldsymbol{4<\varepsilon_{\mathrm{r}}}$$

問 9 電位差が 0 のとき，静電エネルギーは 0 である．このときの電流の大きさを I とする．スイッチを閉じる直前にコンデンサーに蓄えられている電荷は $\dfrac{\varepsilon_0 S}{d}V$ であり，電気容量が $t=\dfrac{3\varepsilon_{\mathrm{r}}d}{4(\varepsilon_{\mathrm{r}}-1)}$ より

$$C'=\frac{\varepsilon_{\mathrm{r}}\varepsilon_0 S}{\varepsilon_{\mathrm{r}}d-(\varepsilon_{\mathrm{r}}-1)\cdot\dfrac{3\varepsilon_{\mathrm{r}}d}{4(\varepsilon_{\mathrm{r}}-1)}}=\frac{4\varepsilon_0 S}{d}$$

である．エネルギー保存則より

$$\frac{1}{2}LI^2=\frac{1}{2}\cdot\frac{\left(\dfrac{\varepsilon_0 S}{d}V\right)^2}{\dfrac{4\varepsilon_0 S}{d}} \qquad \therefore\quad I=\boldsymbol{\frac{V}{2}\sqrt{\frac{\varepsilon_0 S}{Ld}}}$$

問 10 接地されていても接地されていなくてもコンデンサー内部の電場はかわらないので，静電エネルギーは変わらない．よって，接地している場合を考える．また A と金属板でつくられるコンデンサーの電気容量は $\dfrac{3\varepsilon_0 S}{d}$ で金属板と B で

つくられるコンデンサーの電気容量も $\dfrac{3\varepsilon_0 S}{d}$ なので，はじめに蓄えられていた静電エネルギー U は

$$U=\frac{1}{2}\cdot\frac{\left(\dfrac{3\varepsilon_0 SV}{2d}-\dfrac{Q}{2}\right)^2}{\dfrac{3\varepsilon_0 S}{d}}+\frac{1}{2}\cdot\frac{\left(\dfrac{3\varepsilon_0 SV}{2d}+\dfrac{Q}{2}\right)^2}{\dfrac{3\varepsilon_0 S}{d}}=\frac{d}{3\varepsilon_0 S}\left\{\left(\frac{3\varepsilon_0 SV}{2d}\right)^2+\left(\frac{Q}{2}\right)^2\right\}$$

コイルに電流が流れなり，コンデンサーに蓄えられる電荷が一定になったとき，コイルに生じる誘導起電力は 0 となる．A に蓄えられてい電荷を Q_5 とすると，金属板上側の電荷は $-Q_5$，下側は電荷保存則より Q_5+Q である．すると B は $-(Q_5+Q)$ となる．キルヒホッフの法則より

$$0-\frac{Q_5}{\varepsilon_0 S}-\frac{Q_5+Q}{\varepsilon_0 S}=0 \qquad \therefore\quad Q_5=-\frac{Q}{2}$$

よって，A と金属板上側をコンデンサーとみたときに蓄えられている電荷は $-\dfrac{Q}{2}$，金属板下側と B をコンデンサーとみたときに蓄えられている電荷は $-\dfrac{Q}{2}+Q=\dfrac{Q}{2}$ にこのときの静電エネルギーは U' は

$$U'=\frac{1}{2}\cdot\frac{\left(\dfrac{Q}{2}\right)^2}{\dfrac{3\varepsilon_0 S}{d}}+\frac{1}{2}\cdot\frac{\left(\dfrac{Q}{2}\right)^2}{\dfrac{3\varepsilon_0 S}{d}}=\frac{d}{3\varepsilon_0 S}\cdot\left(\frac{Q}{2}\right)^2$$

静電エネルギーの減少分がジュール熱 J に等しいので

$$\begin{aligned}J&=U-U'=\frac{d}{3\varepsilon_0 S}\left\{\left(\frac{3\varepsilon_0 SV}{2d}\right)^2+\left(\frac{Q}{2}\right)^2\right\}-\frac{d}{3\varepsilon_0 S}\cdot\left(\frac{Q}{2}\right)^2\\&=\boldsymbol{\frac{3\varepsilon_0 SV^2}{4d}}\end{aligned}$$