

## 第 1 問

問 1 720m 離れているところから、340 m/s の速さで音が伝わるので、サイレンの音が観測者に伝わる時間は

$$\frac{720}{340} \approx 2.1 \text{ 秒}$$

である。また、サイレンの振動数が  $f_0$  [Hz] のとき、観測者が聞く振動数を  $f'$  [Hz] として、ドップラー効果の式より

$$f' = \frac{340}{340 - 20} f_0 = \frac{17}{16} f_0$$

$f_0 = 960$  Hz のとき、 $f' = 1020$  Hz であり、 $f_0 = 770$  Hz のとき、 $f' \approx 820$  Hz である。

以上から、1 ⑤ (答)

問 2 ランプの抵抗を  $R$  とする。回路に流れる電流を  $I$  とすると、ランプの消費電力は  $I^2 R$  であり、 $I$  が大きいほど、ランプが明るくなる。コンデンサーをつなげてしまうと、十分時間が経過したときに、電流が流れなくなってしまうので不適。回路の電流を大きくするには、回路の合成抵抗をなるべく小さくすればよい。十分時間が経つとコイルに生じる誘導起電力が 0 になり、実質抵抗 0 の導線とみなせる。よって、ランプが最も明るくなる回路素子の組み合わせは、**導線とコイル** 2 ① (答)

一方、交流回路の場合、コイルとコンデンサーのリアクタンスが等しい条件から、コイルとコンデンサーとランプのインピーダンスは  $R$  となる。<sup>\*1</sup> よって、ランプが最も明るくなる回路素子の組み合わせは、**コイルとコンデンサー**

3 ④ (答)

問 3 図 4 においては、慣性力は進行方向と反対方向にはたらくている。つまりカメラ A からみると (図 5)、左方向に慣性力がはたらくている。

一方、図 6 の状況では慣性力は円運動の中心と反対方向、つまり、カメラ B からみると (図 7)、右方向に慣性力がはたらくている。よって、図 5 を参考にすれば、風船の様子として最も適当なものは、4 ② (答)<sup>\*2</sup>

問 4 電子の運動エネルギーの増加の分、X 線のエネルギーは小さくなる。よって、散乱 X 線の波長は、入射 X 線の波長より **大きい**<sup>\*3</sup> また、衝突前後の運動量保存則に、 $\lambda = \lambda'$ 、 $\theta = 90^\circ$  を代入すると

$$\begin{aligned} x \text{ 方向} : \frac{h}{\lambda} &= 0 + mv \cos \phi \\ y \text{ 方向} : 0 &= \frac{h}{\lambda} - mv \sin \phi \end{aligned}$$

これらの式から、 $mv \cos \phi = mv \sin \phi$ 、つまり、 $\tan \phi = 1$  であるから、 $\phi = 45^\circ$  である。よって、5 ② (答)

問 5 圧力と気体の体積が等しいので、状態方程式 (圧力)  $\times$  (体積) = (物質質量)  $\times$  (気体定数)  $\times$  (絶対温度) より、(物質質量)  $\times$  (気体定数)  $\times$  (絶対温度) は等しい。

(a) 単原子分子理想気体の内部エネルギーは  $\frac{3}{2} \times (\text{物質質量}) \times (\text{気体定数}) \times (\text{絶対温度})$  と表されるので、内部エネルギーは等しい。

(b) 分子 1 個あたりの平均運動エネルギーは、分子の質量を  $m$ 、ボルツマン定数を  $k$ 、絶対温度を  $T$  として、 $\frac{3}{2} kT$  と表される。2 つの気体は温度が異なっているので、分子 1 個あたりの平均運動エネルギーは等しくない。

<sup>\*1</sup> 角振動数  $\omega$  の交流電源につなぎ、コンデンサーの電気容量を  $C$ 、コイルの自己インダクタンスを  $L$  とすると、抵抗、コンデンサー、コイルを直列につないだときのインピーダンス  $Z$  は

$$Z = \sqrt{R^2 + \left( \omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2}$$

であり、いま、 $\omega L = \frac{1}{\omega C}$  の条件から、インピーダンスは  $Z = R$

<sup>\*2</sup> ちなみに、ヘリウム風船が慣性力と逆方向に傾いているのは、ヘリウム風船にはたらく慣性力 (ヘリウム風船の質量に比例) よりも、まわりの空気が押す力 (浮力: ヘリウム風船がおしのけた空気の質量に比例) の方が大きいためである。

<sup>\*3</sup> 光子 1 個のエネルギーは、プランク定数を  $h$ 、波長を  $\lambda$ 、光速を  $c$  として、 $\frac{hc}{\lambda}$  と表されるため、 $\lambda$  が大きいほど光子 1 個のエネルギーは小さくなる。

(c) 分子の速度の 2 乗平均を  $\overline{v^2}$  とすると、二乗平均速度は  $\sqrt{\overline{v^2}}$  である.

$$\frac{1}{2}m\overline{v^2} = \frac{3}{2}kT \quad \therefore \sqrt{\overline{v^2}} = \sqrt{\frac{3kT}{m}}$$

であり, ここ物質質量  $n$  をかけると

$$n\sqrt{\overline{v^2}} = \sqrt{\frac{3kn^2T}{m}}$$

$nT$  は同じであるが,  $n$  は異なるので,  $n^2T$  も異なる. よって, 分子の二乗平均速度と物質量の積は等しくない.

以上から, 6 ① (答)

## 第 2 問

問 1 衝突後の小物体 A の速さは  $ev_0$  であるから、失った力学的エネルギーは

$$\frac{1}{2}mv_0^2 - \frac{1}{2}m(ev_0)^2 = \frac{1}{2}mv_0^2(1 - e^2)$$

7 ④(答)

問 2 運動量保存則およびはねかえり係数の式(弾性衝突なので、はねかえり係数は 1) より

$$\begin{cases} mv_0 = mv + MV_1 \\ 1 = -\frac{v - V_1}{v_0 - 0} \end{cases} \quad \therefore \quad v = \frac{m - M}{m + M}v_0, \quad V_1 = \frac{2m}{m + M}v_0$$

よって、8 ③(答), 9 ②(答)

問 3 A と B の間の反発係数は  $e = -\frac{v - V}{v_0 - 0} = \frac{V - v}{v_0}$  である.

$V$  の定義(問題文に書かれているが、 $V$  は  $B_1$  と  $B_2$  の重心速度)より、A と衝突直後の  $V$  の式を立てると\*4

$$V = \frac{MV_1 + M \times 0}{M + M} = \frac{1}{2}V_1$$

これを  $e = \frac{V - v}{v_0}$  に代入して、問 2 で得た、 $v = \frac{m - M}{m + M}v_0$ ,  $V_1 = \frac{2m}{m + M}v_0$  を代入すると

$$e = \frac{\frac{1}{2}V_1 - v}{v_0} = \frac{\frac{1}{2} \cdot \frac{2m}{m + M}v_0 - \frac{m - M}{m + M}v_0}{v_0} = \frac{M}{m + M} < 1$$

よって、反発係数は 1 より小さい。 10 ⑥(答)

問 4 衝突直後の B の力学的エネルギーは、 $B_1$  の速度が  $V_1 = 2V$ ,  $B_2$  の速度が 0 であるから、これらの運動エネルギーの和を考えて

$$\frac{1}{2}MV_1^2 + \frac{1}{2}M \cdot 0^2 = \frac{1}{2}M \cdot (2V)^2 = 2MV^2$$

\*5 また、ばねの自然長からの伸び  $x$  が最大になるときは、 $B_1$  と  $B_2$  の速度が等しいときで、その速度を  $V''$  とすると、運動量保存則より

$$MV_1 = MV'' + MV'' \quad \therefore \quad V'' = \frac{1}{2}V_1 = V$$

力学的エネルギー保存則より

$$\frac{1}{2} \cdot 2M \cdot V''^2 + \frac{1}{2}kx^2 = 2MV^2 \quad \therefore \quad x = \sqrt{\frac{2M}{k}}V$$

\*6 以上から、11 ⑥(答)

\*4 外力がはたらかないので、重心速度は一定であるが、欲しい値は衝突直後の  $B_1$  の速度

\*5 一般に、質量  $m_1, m_2$  の速度を  $v_1, v_2$  とすると、重心速度  $v_G = \frac{m_1v_1 + m_2v_2}{m_1 + m_2}$  と、相対速度  $v_1 - v_2$ , 換算質量  $\mu = \frac{m_1m_2}{m_1 + m_2}$  を用いて、

$$\frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2 = \underbrace{\frac{1}{2}(m_1 + m_2)v_G^2}_{\text{重心の運動エネルギー}} + \underbrace{\frac{1}{2}\mu(v_1 - v_2)^2}_{\text{相対運動のエネルギー}}$$

と表すことができる。衝突直後の B の力学的エネルギーは相対運動のエネルギーを用いれば

$$\frac{1}{2} \cdot 2MV^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{M \cdot M}{M + M}(V_1 - 0)^2 = 2MV^2$$

とも計算ができる。

\*6 相対運動のエネルギーが弾性力による位置エネルギーに変化したと考えることもできる。

$$\frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{M \cdot M}{M + M}(V_1 - 0)^2 \quad \therefore \quad x = \sqrt{\frac{2M}{k}}V$$

### 第 3 問

A 問 1 A → B での内部エネルギー変化  $\Delta U_{AB}$  は、内部エネルギーの式より

$$\Delta U_{AB} = \frac{3}{2}(10p_0 \times 10V_0 - 10p_0 \times V_0) = 135p_0V_0$$

A → B での気体がした仕事  $W_{AB}$  は  $pV$  図の面積より

$$W_{AB} = 10p_0 \times 9V_0 = 90p_0V_0$$

熱力学第 1 法則より

$$Q = \Delta U_{AB} + W_{AB} = 135p_0V_0 + 90p_0V_0 = \mathbf{225} \times p_0V_0$$

12 ⑤ (答)

問 2 (a) の太線で囲まれた部分の面積は  $58p_0V_0$ , (b) の太線で囲まれた部分の面積は  $73p_0V_0$  であるから、その平均値は

$$W = \frac{58p_0V_0 + 73p_0V_0}{2} = \frac{\mathbf{131}}{2} \times p_0V_0$$

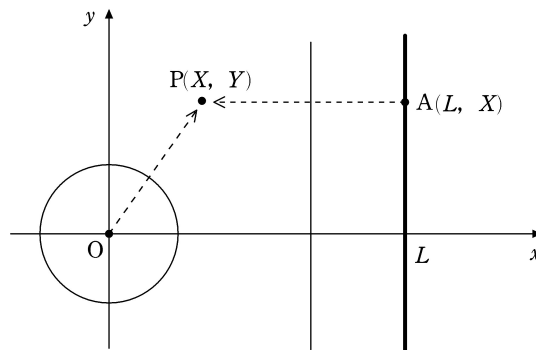
13 ④ (答)

問 3 1 サイクルで放出する熱量を  $Q_{\text{out}}$  とし、1 サイクルの熱力学第 1 法則より

$$0 = Q - Q_{\text{out}} - W \quad \therefore Q_{\text{out}} = \mathbf{Q} - W_{\text{ア}}$$

熱効率  $e$  は、 $\frac{W}{Q}$ <sup>\*7</sup> 14 ③ (答)

B 問 4  $P(X, Y)$  では下図の  $O(0, 0)$  から伝わる波と  $A(L, Y)$  から伝わる波が干渉する。  $OP = \sqrt{X^2 + Y^2}$ ,  $AP = L - X$  から、



強め合いの条件は

$$\left| L - X - \sqrt{X^2 + Y^2} \right| = m\lambda$$

15 ③ (答)

問 5  $m'$  を整数として、問 4 の強め合いの条件を書き直すと

$$L - X - \sqrt{X^2 + Y^2} = m'\lambda$$

この式に  $Y = 0$ ,  $X = x$ ,  $L = 11\lambda$  を代入して

$$11\lambda - 2x = m'\lambda \quad \therefore x = \frac{11 - m'}{2}\lambda$$

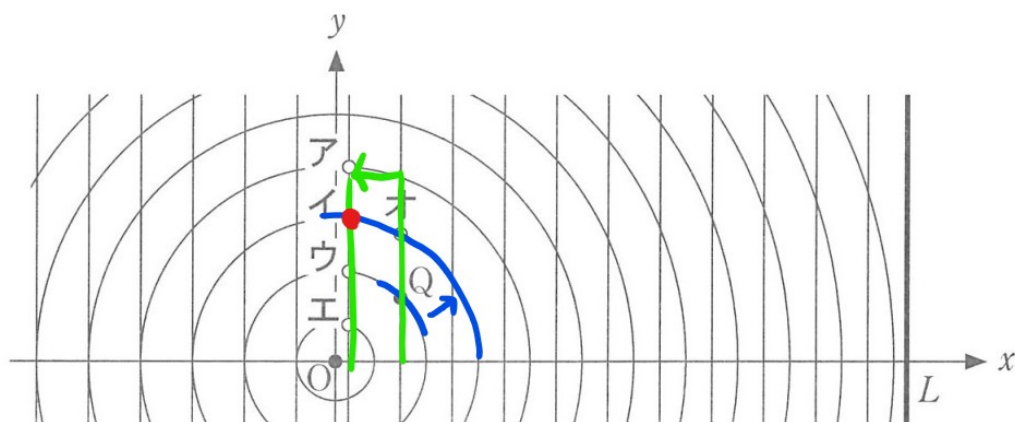
<sup>\*7</sup> 熱効率  $e$  は、 $e = \frac{\text{気体がした仕事の和}}{\text{吸収した熱量}} = \frac{(\text{吸収した熱量}) - (\text{放出した熱量})}{\text{吸収した熱量}}$

$0.2\lambda < x < 10.8\lambda$  の不等式に代入して

$$0.2\lambda < \frac{11-m'}{2}\lambda < 10.8\lambda \quad \therefore -10.6 < m' < 10.6$$

この不等式を満たす整数  $m'$  は  $m' = -10, -9, \dots, 9, 10$  の 21 個あるので、強め合う条件を満たす点の数は **21** 個. 16 ④ (答)

問 6 図 4 の時刻で Q を通る円形波の波面と平面波の波面が 1 周期後に通るそれぞれの波面を考える. これらの交点が Q の後に通過する点である. つまり, イ. 17 ② (答)



## 第 4 問

問 1 極板間は一様な電場であることから、極板の電荷の移動がないことがわかる。つまり、回路に電流は流れておらず、抵抗器にかかる電圧はゼロで、直流電源の電圧と極板間の電圧は等しく  **$Ed$  である**。

また、負電荷が図 2 の下向きに加速していることから、電場の向きは極板 B 側から A 側で極板 A に比べて極板 B の方が電位が **高い**。 18 ③ (答)

問 2 入射したときの飛び出したときの運動エネルギーが変化していないので、静電気力が荷電粒子にした仕事は **0**。 19 ⑦ (答)

問 3 図 2 の上向きの加速度を  $a$  として、運動方程式を立てると

$$ma = -eE \quad \therefore \quad a = -\frac{eE}{m}$$

荷電粒子が入射してから上向き速度が 0 になるまでの時間を  $t_0$  として、等加速度運動の速度の式より

$$0 = v_0 \sin 45^\circ - \frac{eE}{m} t_0 \quad \therefore \quad t_0 = \frac{mv_0}{\sqrt{2}eE}$$

この間に図 4 での右向きに  $\frac{L}{2}$  変位したときの変位と速度と時間の関係式より

$$\frac{L}{2} = v_0 \cos 45^\circ \times t_0 \quad \therefore \quad \frac{L}{2} = \frac{v_0}{\sqrt{2}} \times \frac{mv_0}{\sqrt{2}eE}$$

この式を  $E$  について解くと、 $E = \frac{mv_0^2}{eL}$ 。 20 ③ (答)

問 4 点 Q における荷電粒子が受ける力の向きは中心向きと一致し、 **$\mathbf{d}$**  であり、Q の位置でのフレミング左手の法則より\*<sup>8</sup>磁場は紙面に垂直で **裏から表** 向きである。 21 ⑧ (答)

問 5 図 3 における円運動の半径を  $r$ 、磁束密度の大きさを  $B$  として、向心方向の運動方程式を立てると

$$m \frac{v_0^2}{r} = v_0 B e \quad \therefore \quad r = \frac{mv_0}{Be} \quad \cdots \textcircled{1}$$

問 3 で得た、 $E = \frac{mv_0^2}{eL}$  の式から、 $v_0 = \sqrt{\frac{eEL}{m}}$  として、① に代入すると

$$r = \frac{m}{Be} \sqrt{\frac{eEL}{m}} = \frac{1}{B} \sqrt{\frac{EL}{e}} m$$

ここで、 $e$ 、 $E$ 、 $L$ 、 $B$  は変化させないので、質量が  $m'$  のときの円運動の半径は

$$r' = \frac{1}{B} \sqrt{\frac{EL}{e}} m'$$

よって、

$$\frac{PR'}{PR} = \frac{2r'}{2r} = \sqrt{\frac{m'}{m}}$$

22 ① (答)

\*<sup>8</sup> 親指を  $\mathbf{d}$  の方向、中指 (電流) を  $\mathbf{a}$  の方向に向ける