

第1問

問1 720m 離れているところから、340 m/s の速さで音が伝わるので、サイレンの音が観測者に伝わる時間は

$$\frac{720}{340} \doteq 2.1\text{秒}$$

である。また、サイレンの振動数が f_0 [Hz] のとき、観測者が聞く振動数を f' [Hz] として、ドップラー効果の式より

$$f' = \frac{340}{340 - 20} f_0 = \frac{17}{16} f_0$$

$f_0 = 960$ Hz のとき、 $f' = 1020$ Hz であり、 $f_0 = 770$ Hz のとき、 $f' \doteq 820$ Hz である。

以上から、1 ⑤(答)

問2 ランプの抵抗を R とする。回路に流れる電流を I とすると、ランプの消費電力は I^2R であり、 I が大きいほど、ランプが明るくなる。コンデンサーをつなげてしまうと、十分時間が経過したときに、電流が流れなくなってしまうので不適。回路の電流を大きくするには、回路の合成抵抗をなるべく小さくすればよい。十分時間が経つとコイルに生じる誘導起電力が 0 になり、実質抵抗 0 の導線とみなせる。よって、ランプが最も明るくなる回路素子の組み合わせは、導線とコイル 2 ①(答)

一方、交流回路の場合、コイルとコンデンサーのリアクタンスが等しい条件から、コイルとコンデンサーとランプのインピーダンスは R となる。^{*1} よって、ランプが最も明るくなる回路素子の組み合わせは、コイルとコンデンサー

3 ④(答)

問3 図4においては、慣性力は進行方向と反対方向にはたらいている。つまりカメラAからみると(図5)、左方向に慣性力がはたらいている。

一方、図6の状況では慣性力は円運動の中心と反対方向、つまり、カメラBからみると(図7)、右方向に慣性力がはたらいている。よって、図5を参考にすれば、風船の様子として最も適当なものは、4 ②(答)^{*2}

問4 電子の運動エネルギーの増加の分、X線のエネルギーは小さくなる。よって、散乱X線の波長は、入射X線の波長よりも大きい^{*3} また、衝突前後の運動量保存則に、 $\lambda = \lambda'$, $\theta = 90^\circ$ を代入すると

$$x\text{ 方向: } \frac{h}{\lambda} = 0 + mv \cos \phi$$

$$y\text{ 方向: } 0 = \frac{h}{\lambda} - mv \sin \phi$$

これらの式から、 $mv \cos \phi = mv \sin \phi$ 、つまり、 $\tan \phi = 1$ であるから、 $\phi = 45^\circ$ エ。よって、5 ②(答)

問5 圧力と気体の体積が等しいので、状態方程式(圧力) × (体積) = (物質量) × (気体定数) × (絶対温度) より、(物質量) × (気体定数) × (絶対温度) は等しい。

(a) 単原子分子理想気体の内部エネルギーは $\frac{3}{2} \times (\text{物質量}) \times (\text{気体定数}) \times (\text{絶対温度})$ と表されるので、内部エネルギーは等しい。

(b) 分子1個あたりの平均運動エネルギーは、分子の質量を m 、ボルツマン定数を k 、絶対温度を T として、 $\frac{3}{2}kT$ と表される。2つの気体は温度が異なっているので、分子1個あたりの平均運動エネルギーは等しくない。

^{*1} 角振動数 ω の交流電源につなぎ、コンデンサーの電気容量を C 、コイルの自己インダクタンスを L とすると、抵抗、コンデンサー、コイルを直列につないだときのインピーダンス Z は

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$$

であり、いま、 $\omega L = \frac{1}{\omega C}$ の条件から、インピーダンスは $Z = R$

^{*2} ちなみに、ヘリウム風船が慣性力と逆方向に傾いているのは、ヘリウム風船にはたらく慣性力(ヘリウム風船の質量に比例)よりも、まわりの空気が押す力(浮力:ヘリウム風船がおしこけた空気の質量に比例)の方が大きいためである。

^{*3} 光子1個のエネルギーは、プランク定数を h 、波長を λ 、光速を c として、 $\frac{hc}{\lambda}$ と表されるため、 λ が大きいほど光子1個のエネルギーは小さくなる。

(c) 分子の速度の 2 乗平均を $\bar{v^2}$ とすると、二乗平均速度は $\sqrt{\bar{v^2}}$ である。

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{3}{2}kT \quad \therefore \quad \sqrt{\bar{v^2}} = \sqrt{\frac{3kT}{m}}$$

であり、ここ物質量 n をかけると

$$n\sqrt{\bar{v^2}} = \sqrt{\frac{3kn^2T}{m}}$$

nT は同じであるが、 n は異なるので、 n^2T も異なる。よって、分子の二乗平均速度と物質量の積は等しくない。

以上から、 6 ①(答)

第 2 問

問 1 衝突後の小物体 A の速さは ev_0 であるから、失った力学的エネルギーは

$$\frac{1}{2}mv_0^2 - \frac{1}{2}m(ev_0)^2 = \frac{1}{2}mv_0^2(1-e^2)$$

7 ④(答)

問 2 運動量保存則およびはねかえり係数の式(弾性衝突なので、はねかえり係数は 1)より

$$\begin{cases} mv_0 = mv + MV_1 \\ 1 = -\frac{v - V_1}{v_0 - 0} \end{cases} \quad \therefore v = \frac{m - M}{m + M}v_0, \quad V_1 = \frac{2m}{m + M}v_0$$

よって、8 ③(答), 9 ②(答)

問 3 A と B の間の反発係数は $e = -\frac{v - V}{v_0 - 0} = \frac{V - v}{v_0}$ である。

V の定義(問題文に書かれているが、 V は B_1 と B_2 の重心速度)より、A と衝突直後の V の式を立てると^{*4}

$$V = \frac{MV_1 + M \times 0}{M + M} = \frac{1}{2}V_1$$

これを $e = \frac{V - v}{v_0}$ に代入して、問 2 で得た、 $v = \frac{m - M}{m + M}v_0$, $V_1 = \frac{2m}{m + M}v_0$ を代入すると

$$e = \frac{\frac{1}{2}V_1 - v}{v_0} = \frac{\frac{1}{2} \cdot \frac{2m}{m + M}v_0 - \frac{m - M}{m + M}v_0}{v_0} = \frac{M}{m + M} < 1$$

よって、反発係数は 1 より小さい。10 ⑥(答)

問 4 衝突直後の B の力学的エネルギーは、 B_1 の速度が $V_1 = 2V$, B_2 の速度が 0 であるから、これらの運動エネルギーの和を考えて

$$\frac{1}{2}MV_1^2 + \frac{1}{2}M \cdot 0^2 = \frac{1}{2}M \cdot (2V)^2 = 2MV^2$$

^{*5} また、ばねの自然長からの伸び x が最大になるときは、 B_1 と B_2 の速度が等しいときで、その速度を V'' とすると、運動量保存則より

$$MV_1 = MV'' + MV'' \quad \therefore V'' = \frac{1}{2}V_1 = V$$

力学的エネルギー保存則より

$$\frac{1}{2} \cdot 2M \cdot V''^2 + \frac{1}{2}kx^2 = 2MV^2 \quad \therefore x = \sqrt{\frac{2M}{k}}V$$

^{*6} 以上から、11 ⑥(答)

^{*4} 外力がはたらかないので、重心速度は一定であるが、欲しい値は衝突直後の B_1 の速度

^{*5} 一般に、質量 m_1, m_2 の速度を v_1, v_2 とすると、重心速度 $v_G = \frac{m_1v_1 + m_2v_2}{m_1 + m_2}$ と、相対速度 $v_1 - v_2$ 、換算質量 $\mu = \frac{m_1m_2}{m_1 + m_2}$ を用いて、

$$\frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2 = \underbrace{\frac{1}{2}(m_1 + m_2)v_G^2}_{\text{重心の運動エネルギー}} + \underbrace{\frac{1}{2}\mu(v_1 - v_2)^2}_{\text{相対運動のエネルギー}}$$

と表すことができる。衝突直後の B の力学的エネルギーは相対運動のエネルギーを用いれば

$$\frac{1}{2} \cdot 2MV^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{M \cdot M}{M + M} (V_1 - 0)^2 = 2MV^2$$

とも計算ができる。

^{*6} 相対運動のエネルギーが弾性力による位置エネルギーに変化したと考えることもできる。

$$\frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{M \cdot M}{M + M} (V_1 - 0)^2 \quad \therefore x = \sqrt{\frac{2M}{k}}V$$

第 3 問

A 問 1 A → B での内部エネルギー変化 ΔU_{AB} は、内部エネルギーの式より

$$\Delta U_{AB} = \frac{3}{2}(10p_0 \times 10V_0 - 10p_0 \times V_0) = 135p_0V_0$$

A → B での気体がした仕事 W_{AB} は pV 図の面積より

$$W_{AB} = 10p_0 \times 9V_0 = 90p_0$$

熱力学第 1 法則より

$$Q = \Delta U_{AB} + W_{AB} = 135p_0V_0 + 90p_0V_0 = 225 \times p_0V_0$$

12 ⑤(答)

問 2 (a) の太線で囲まれた部分の面積は $58p_0V_0$, (b) の太線で囲まれた部分の面積は $73p_0V_0$ であるから、その平均値は

$$W = \frac{58p_0V_0 + 73p_0V_0}{2} = \frac{131}{2} \times p_0V_0$$

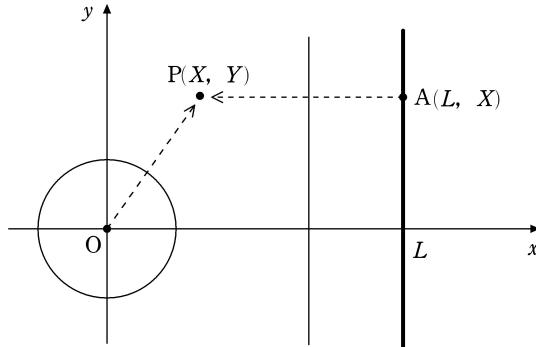
13 ④(答)

問 3 1 サイクルで放出する熱量を Q_{out} として、1 サイクルの熱力学第 1 法則より

$$0 = Q - Q_{\text{out}} - W \quad \therefore Q_{\text{out}} = Q - W$$

熱効率は、 $\frac{W}{Q}$ *7 14 ③(答)

B 問 4 P(X, Y) では下図の O(0, 0) から伝わる波と A(L, Y) から伝わる波が干渉する。OP = $\sqrt{X^2 + Y^2}$, AP = $L - X$ から、



強め合いの条件は

$$|L - X - \sqrt{X^2 + Y^2}| = m\lambda$$

15 ③(答)

問 5 m' を整数として、問 4 の強め合いの条件を書き直すと

$$L - X - \sqrt{X^2 + Y^2} = m'\lambda$$

この式に $Y = 0$, $X = x$, $L = 11\lambda$ を代入して

$$11\lambda - 2x = m'\lambda \quad \therefore x = \frac{11 - m'}{2}\lambda$$

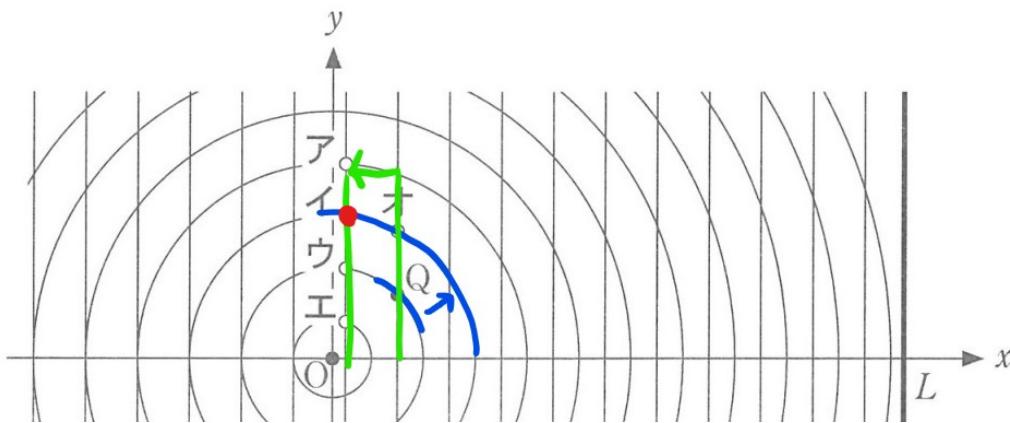
*7 熱効率 e は、 $e = \frac{\text{気体がした仕事の和}}{\text{吸収した熱量}} = \frac{(\text{吸収した熱量}) - (\text{放出した熱量})}{\text{吸収した熱量}}$

$0.2\lambda < x < 10.8\lambda$ の不等式に代入して

$$0.2\lambda < \frac{11-m'}{2}\lambda < 10.8\lambda \quad \therefore -10.6 < m' < 10.6$$

この不等式を満たす整数 m' は $m' = -10, -9, \dots, 9, 10$ の 21 個あるので、強め合う条件を満たす点の数は **21** 個。 ④(答)

問 6 図 4 の時刻で Q を通る円形波の波面と平面波の波面が 1 周期後に通るそれぞれの波面を考える。これらの交点が Q の後に通過する点である。つまり、イ. ②(答)



第 4 問

問 1 極板間は一様な電場であることから、極板の電荷の移動がないことがわかる。つまり、回路に電流は流れていらず、抵抗器にかかる電圧はゼロで、直流電源の電圧と極板間の電圧は等しく Ed である^ア。

また、負電荷が図 2 の下向きに加速していることから、電場の向きは極板 B 側から A 側で極板 A に比べて極板 B の方が電位が高い^イ。18 ③(答)

問 2 入射したときの飛び出したときの運動エネルギーが変化していないので、静電気力が荷電粒子にした仕事は 0。

19 ⑦(答)

問 3 図 2 の上向きの加速度を a として、運動方程式を立てると

$$ma = -eE \quad \therefore a = -\frac{eE}{m}$$

荷電粒子が入射してから上向き速度が 0 になるまでの時間を t_0 として、等加速度運動の速度の式より

$$0 = v_0 \sin 45^\circ - \frac{eE}{m} t_0 \quad \therefore t_0 = \frac{mv_0}{\sqrt{2}eE}$$

この間に図 4 での右向きに $\frac{L}{2}$ 変位したときの変位と速度と時間の関係式より

$$\frac{L}{2} = v_0 \cos 45^\circ \times t_0 \quad \therefore \frac{L}{2} = \frac{v_0}{\sqrt{2}} \times \frac{mv_0}{\sqrt{2}eE}$$

この式を E について解くと、 $E = \frac{mv_0^2}{eL}$ 。20 ③(答)

問 4 点 Q における荷電粒子が受ける力の向きは中心向きと一致し、 \mathbf{d} であり、Q の位置でのフレミング左手の法則より⁸磁場は紙面に垂直で裏から表向きである。21 ⑧(答)

問 5 図 3 における円運動の半径を r 、磁束密度の大きさを B として、向心方向の運動方程式を立てると

$$m \frac{v_0^2}{r} = v_0 B e \quad \therefore r = \frac{mv_0}{Be} \quad \cdots \text{①}$$

問 3 で得た、 $E = \frac{mv_0^2}{eL}$ の式から、 $v_0 = \sqrt{\frac{eEL}{m}}$ として、①に代入すると

$$r = \frac{m}{Be} \sqrt{\frac{eEL}{m}} = \frac{1}{B} \sqrt{\frac{EL}{e} m}$$

ここで、 e 、 E 、 L 、 B は変化させないので、質量が m' のときの円運動の半径は

$$r' = \frac{1}{B} \sqrt{\frac{EL}{e} m'}$$

よって、

$$\frac{PR'}{PR} = \frac{2r'}{2r} = \sqrt{\frac{m'}{m}}$$

22 ①(答)

⁸ 親指を d の方向、中指（電流）を a の方向に向ける