[I]

(1) 容器 1 側について，液面より $2h_0$ 下の圧力は同じ深さの容器 2 の液面の圧力と同じである．このことから，単位面積あたりのつり合いの式より

$$p_1+\rho\cdot 2h_0 g=p_0 \qquad \therefore \quad p_1=\boldsymbol{p_0-2\rho h_0 g}_{\textbf{(h)}}$$

(2) $U_{\mathrm{A}}=\dfrac{3}{2}\times\dfrac{1}{2}\times RT_1=\boldsymbol{\dfrac{3}{4}RT_1}_{\textbf{(e)}}$

(3) $U_{\mathrm{B}}=\dfrac{5}{2}\times\dfrac{1}{2}\times RT_1=\boldsymbol{\dfrac{5}{4}RT_1}_{\textbf{(g)}}$

(4) ピストンに重さはなく，つり合っているので，常に気体 A と気体 B の圧力は等しい．両気体の圧力，温度，物質量が同じであるから，体積も同じになる．よって，A の高さが $2h_0$ まで増えたら，B の高さも $\boldsymbol{2h_0}_{\textbf{(l)}}$ まで増える．

(5) 容器 1 の液面と容器 2 の液面の差が $2h_0$ に保たれていることから，両気体の圧力は一定である．断面積を S として，シャルルの法則より

$$\frac{S\times 2h_0}{T_2}=\frac{S\times h_0}{T_1} \qquad \therefore \quad T_2=\boldsymbol{2T_1}_{\textbf{(l)}}$$

(6) 気体 A，B の物質量を n[mol] とおく．また，$\varDelta T=T_2-T_1$ とする．また，A，B それぞれのの内部エネルギー変化を $\varDelta U_{\mathrm{A}}$，$\varDelta U_{\mathrm{B}}$，気体がした仕事を W_{A}，W_{B} とする．このとき，

$$\varDelta U_{\mathrm{A}}=\frac{3}{2}nR\varDelta T, \qquad \varDelta U_{\mathrm{B}}=\frac{5}{2}nR\varDelta T$$

また，定圧変化であるから，

$$W_{\mathrm{A}}=W_{\mathrm{B}}=p_1\times S(2h_0-h_0)=nR\varDelta T$$

これらから，熱力学第一法則より

$$Q_{\mathrm{A}}=\varDelta U_{\mathrm{A}}+W_{\mathrm{A}}=\frac{5}{2}nR\varDelta T$$

$$Q_{\mathrm{B}}=\varDelta U_{\mathrm{B}}+W_{\mathrm{B}}=\frac{7}{2}nR\varDelta T$$

よって，

$$\frac{Q_{\mathrm{B}}}{Q_{\mathrm{A}}}=\frac{\frac{7}{2}nR\varDelta T}{\frac{5}{2}nR\varDelta T}=\boldsymbol{\frac{7}{5}}\textbf{(i)}$$

(7) ヒータから加えられた熱量のうち，気体がした仕事の割合は

$$\frac{W_{\mathrm{A}}+W_{\mathrm{B}}}{Q_{\mathrm{A}}+Q_{\mathrm{B}}}=\frac{nR\varDelta T+nR\varDelta T}{\frac{5}{2}nR\varDelta T+\frac{7}{2}nR\varDelta T}=\boldsymbol{\frac{1}{3}}\textbf{(a)}$$

(8)

$$\frac{Q_{\mathrm{A}}+Q_{\mathrm{B}}}{T_2-T_1}=\frac{\frac{5}{2}nR\varDelta T+\frac{7}{2}nR\varDelta T}{\varDelta T}=6nR=6\times\frac{1}{2}\times R=\boldsymbol{3R}_{\textbf{(n)}}$$

(9) モル比熱 C の定義は $C=\dfrac{(\text{熱量})}{(\text{物質量})\times(\text{温度変化})}$ であるから，定圧モル比熱 C_{p} は

$$C_{\mathrm{P}}=\frac{Q_{\mathrm{A}}+Q_{\mathrm{A}}}{2n\varDelta T}=\frac{\frac{5}{2}nR\varDelta T+\frac{7}{2}nR\varDelta T}{2n\varDelta T}=3R$$

定積モル比熱を C_{V} として，マイヤーの関係より，$C_{\mathrm{P}}-C_{\mathrm{V}}=R$ から

$$C_{\mathrm{V}}=C_{\mathrm{P}}-R=3R-R=\boldsymbol{2R}_{\textbf{(l)}}$$

となる．

(10) 比熱比 γ は

$$\gamma = \frac{C_{\mathrm{P}}}{C_{\mathrm{V}}} = \frac{3R}{2R} = \boldsymbol{\frac{3}{2}}\,\textbf{(j)}$$

(11) (4) と同様に考えて，$\boldsymbol{2h_0}$**(l)**

(12) 比熱比が γ のとき，ポアソンの式 $PV^{\gamma} = $ 一定 が成り立ち，状態方程式 $PV = nRT$ を変形した $P = \dfrac{nRT}{V}$ を代入すると

$$\frac{nRT}{V} \cdot V^{\gamma} = \text{一定} \qquad \therefore \quad TV^{\gamma-1} = nR \times (\text{一定}) = \text{一定}$$

が成り立つ．(10) で考えたように比熱比は $\gamma = \dfrac{3}{2}$ であるから，

$$T_3 \times (4h_0S)^{\frac{3}{2}-1} = T_1 \times (2h_0S)^{\frac{3}{2}-1} \qquad \therefore \quad T_3 = \boldsymbol{2^{-\frac{1}{2}}T_1}\,\textbf{(c)}$$

(13) また，気体 A だけ別な容器に閉じ込めた断熱変化を考えるときは，比熱比は $\dfrac{5}{3}$（単原子分子理想気体）なので，ポアソンの式より

$$T_4 \times (2h_0S)^{\frac{5}{3}-1} = T_1 \times (h_0S)^{\frac{5}{3}-1} \qquad \therefore \quad T_4 = \boldsymbol{2^{-\frac{2}{3}}T_1}\,\textbf{(e)}$$

(14) (12)，(13) より，$T_4 < T_3$ である．つまり，気体 A 単体で断熱変化させたときより，気体 A と気体 B 全体で断熱変化したときの方が気体 A の温度が高い．これは気体 B から気体 A に熱が移動したからである．**(b)**

[II]

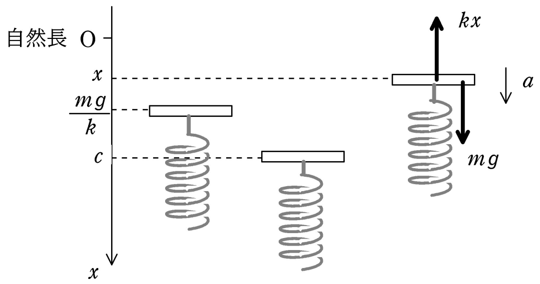
問 1 ばねの縮みを Δx として，おもり 1 のつり合いより

$$k\Delta x = mg \qquad \therefore \quad \Delta x = \boldsymbol{\frac{mg}{k}}$$

問 2 ばねの伸びを Δx とする．おもり 2 に床からはたらく垂直抗力が 0 のとき，おもり 2 のつり合いより

$$k\Delta x = 2mg \qquad \therefore \quad \Delta x = \boldsymbol{\frac{2mg}{k}}$$

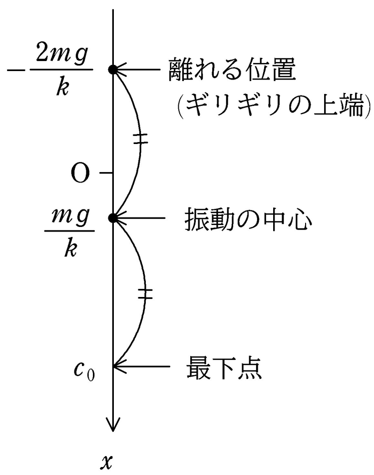
問 3 ばねが自然長になるときのおもり 1 の位置を原点 O とし，鉛直下向きに x 座標をとる．位置 x における加速度を a として，おもり 1 の運動方程式を立てると



$$ma = -kx + mg = -k\left(x - \frac{mg}{k}\right)$$

より，中心座標は $x = \dfrac{mg}{k}$ で，ここがつり合いの位置である．自然長より c だけ下に移動させてそっとはなしたので，振幅は $\boldsymbol{c - \dfrac{mg}{k}}$ であり，運動方程式より，周期は $\boldsymbol{2\pi\sqrt{\dfrac{m}{k}}}$

問 4 問 2 より，おもり 2 が床から離れるのは自然長より，$\dfrac{2mg}{k}$ 伸びたときである．



問 3 で設定した座標で考えると，離れる位置は $x = -\dfrac{2mg}{k}$ である．また，中心が $x = \dfrac{mg}{k}$，最下点が c_0 である．離れる位置と最下点の中点が振動の中心になるときを考えて

$$\frac{mg}{k} = \frac{-\dfrac{2mg}{k} + c_0}{2} \qquad \therefore \quad c_0 = \boldsymbol{\frac{4mg}{k}}$$

問 5 ばねの縮みを Δx とする．おもり 1 とおもり 3 全体のつり合いの式から

$$k\Delta x = mg + 2mg \qquad \therefore \quad \Delta x = \boldsymbol{\frac{3mg}{k}}$$

問6 衝突直前のおもり3の速さを v とすると，力学的エネルギー保存則より

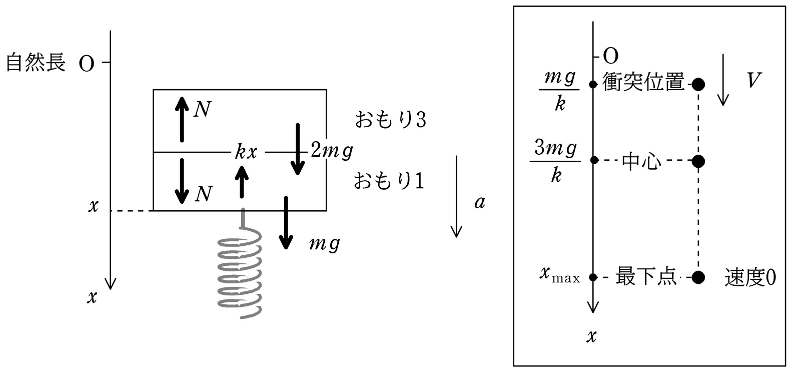
$$\frac{1}{2}\cdot 2m\cdot v^2 = 2m\cdot gh \qquad \therefore \quad v = \boldsymbol{\sqrt{2gh}}$$

衝突直後のおもり1とおもり3の下向きの速度を V とする．衝突直前後の鉛直方向の運動量保存則より

$$mV + 2mV = 2m\sqrt{2gh} \qquad \therefore \quad V = \boldsymbol{\frac{2}{3}\sqrt{2gh}}$$

問7 おもり1とおもり3が一体となっている間の座標 x における加速度を a，おもり1とおもり3の間にはたらく垂直抗力の大きさを N として，おもり1，おもり3それぞれの運動方程式を立てると

$$\begin{cases} (\text{おもり}1): ma = -kx + mg + N & \cdots① \\ (\text{おもり}3): 2ma = 2mg - N & \cdots② \end{cases}$$



①＋② より

$$3ma = -kx + 3mg = -k\left(x - \frac{3mg}{k}\right) \quad \cdots③$$

であるから，中心座標は $\dfrac{3mg}{k}$ である．最下点の座標を $x_{\max}$ として，単振動のエネルギー保存則より*[1]

$$0 + \frac{1}{2}k\left(x_{\max} - \frac{3mg}{k}\right)^2 = \frac{1}{2}\cdot 3m\cdot\left(\frac{2}{3}\sqrt{2gh}\right)^2 + \frac{1}{2}k\left(\frac{mg}{k} - \frac{3mg}{k}\right)^2$$

$$\therefore \quad x_{\max} = \boldsymbol{\frac{mg}{k}\left\{3 + 2\sqrt{1 + \frac{2kh}{3mg}}\right\}} \quad \cdots④$$

問8 ③ を ① に代入して，a を消去して N 式をつくると

$$N = 2mg - 2ma = 2mg - 2\cdot\left\{-\frac{k}{3}\left(x - \frac{3mg}{k}\right)\right\} = \frac{2}{3}kx \quad \cdots⑤$$

よって，$x = d$ のとき，$N = \boldsymbol{\frac{2}{3}kd}$

問9 ⑤ より，$N = 0$ のとき，$x = 0$，つまりばねの自然長からの伸びの大きさは $\mathbf{0}$．また，このとき，弾性力は0なのである．おもり2にはたらく垂直抗力の大きさを R として，おもり2のつり合いより，

$$R = \boldsymbol{2mg}$$

問10 振動の上端が $x = 0$ になればよい．上端と中心の距離は $\dfrac{3mg}{k}$ であるから，最下点の座標は $\dfrac{6mg}{k}$ である．これを ④ の $x_{\max}$ に代入して

$$\frac{6mg}{k} = \frac{mg}{k}\left\{3 + 2\sqrt{1 + \frac{2kh_0}{3mg}}\right\} \qquad \therefore \quad h_0 = \boldsymbol{\frac{15mg}{8k}}$$

*[1] 速度を u として，$\frac{1}{2}\cdot 3m\cdot u^2 + \frac{1}{2}k\left(x - \frac{3mg}{k}\right) = $ 一定 が成り立つ．

[III]

問 1 接点 $2k-1$ におけるキルヒホッフ第 1 法則より，$I_{2k-1}=\boldsymbol{I_{2k-3}+I_{2k-2}}$ …①

問 2 接点 $2k+1$ の電位を V_{2k+1} として，「接点 $2k+1$」→「接点 $2k-1$」→「接点 $2k$」についての電圧降下を考えて

$$V_{2k+1}-R_1I_{2k-1}-R_1I_{2k-2}=0 \qquad \therefore\quad V_{2k+1}=\boldsymbol{R_1(I_{2k-1}+I_{2k-2})} \quad \cdots②$$

問 3「接点 $2k+1$」→「接点 $2k+2$」の電圧降下を考えて

$$V_{2k+1}-R_1I_{2k}=0 \qquad \therefore\quad V_{2k+1}=R_1I_{2k} \quad \cdots③$$

②, ③ より，

$$R_1I_{2k}=R_1(I_{2k-1}+I_{2k-2}) \qquad \therefore\quad I_{2k}=\boldsymbol{I_{2k-2}+I_{2k-1}} \quad \cdots④$$

問 4 まず，接点 1 と接点 2 の電圧は接点 3 と接点 4 の電圧と等しく，その間の抵抗がともに R_1 であるから，$I_1=I_2$ である．そこで，$k=2$ を ① に代入すると

$$I_3=I_1+I_2=2I_1$$

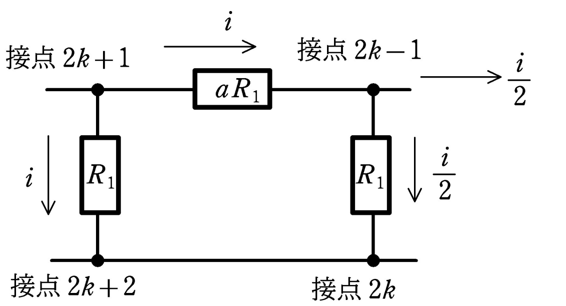
さらに ④ に $k=2$ を代入して

$$I_4=I_2+I_3=I_1+2I_1=3I_1$$

これらを繰り返して

$$I_5=I_3+I_4=5I_1,\quad I_6=I_4+I_5=8I_1,\quad I_7=I_5+I_6=13I_1,\quad I_8=I_6+I_7=21I_1$$
$$I_9=I_7+I_8=34I_1,\quad I_{10}=I_8+I_9=55I_1,\quad I_{11}=I_9+I_{10}=\boldsymbol{89}I_1$$

問 5 図のように，$I_{2k-1}=I_{2k}=i$ とおくと，$I_{2k-2}=\dfrac{i}{2}$ である．「接点 $2k+1$」→「接点 $2k-1$」→「接点 $2k$」→「接点 $2k+2$」→「接点 $2k+1$」の回路の式を立てて



$$V_{2k+1}-aR_1i-R_1\cdot\frac{i}{2}+R_1i=V_{2k+1} \qquad \therefore\quad a=\boldsymbol{\frac{1}{2}}$$

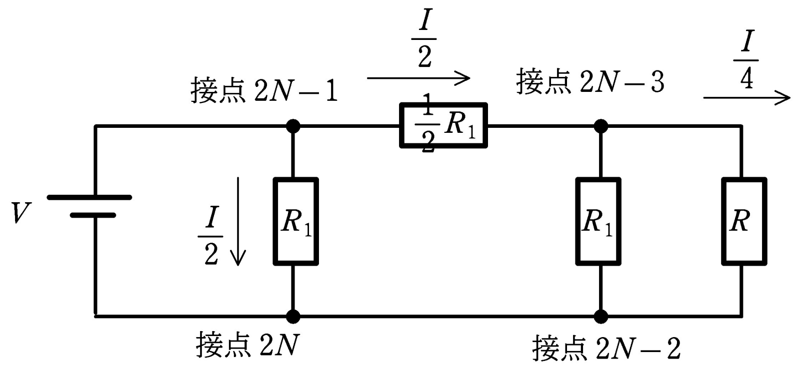
問 6 $I_2=I_1$ であり，$I_3=2I_2=2I_1$，$I_5=2I_3=2^2I_1$，…，$I_{2k-1}=2^{k-1}I_1$，…，$I_{2N-3}=I_{2(N-1)+1}=2^{N-2}I_1$ である．よって，$I=2I_{2N-3}=\boldsymbol{2^{N-1}I_1}$

問 7 $I_{2N-2}=I_{2N-3}=\dfrac{I}{2}$ である．「電源」→「接点 $2N-1$」→「接点 $2N$」の回路の式から

$$V-R_1\cdot\frac{I}{2}=0 \qquad \therefore\quad I=\boldsymbol{\frac{2V}{R_1}}$$

問 8 抵抗 R に流れる電流は $\dfrac{I}{4}$ である．また，接点 $2N-3$ の電位は，問 7 の $I=\dfrac{2V}{R_1}$ を用いて

$$V-\frac{1}{2}R_1\cdot\frac{I}{2}=V-\frac{R_1}{4}\cdot\frac{2V}{R_1}=\frac{V}{2}$$



であるから，抵抗 R にかかる電圧は $\dfrac{V}{2}$ よって，オームの法則より

$$\frac{V}{2} = R \times \frac{I}{4}$$

$$\therefore\quad R = \frac{2V}{I} = 2V \times \frac{R_1}{2V} = \boldsymbol{R_1}$$

問 9 図 5 における抵抗部分について合成すると，（並列合成してから直列合成）$\dfrac{8}{5}R_1 = \dfrac{8}{5} \times 25 = 40\,\Omega$ である．そこで，リアクタンス $60\,\Omega$ のコンデンサーと $100\,\Omega$ のコイルと抵抗値 $40\,\Omega$ の直列回路を考える．位相のずれに注意して，回路の式を立てる．$I_0 = 100\,\mathrm{mA} = 0.100\,\mathrm{A}$ とする．

$$V_0\sin(\omega t + \phi) - 60 \times 0.100 \times \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) - 100 \times 0.100 \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) - 40 \times 0.100 \sin\omega t = 0$$

$$\therefore\quad V_0\sin(\omega t + \phi) = 4\sqrt{2}\sin\left(\omega t + \frac{\pi}{4}\right) \quad \cdots(*)$$

よって，$V_0 = 4\sqrt{2} \fallingdotseq \mathbf{5.6\,V}$

問 10 $(*)$ より，$\phi = \boldsymbol{\dfrac{\pi}{4}}$